

Можно ли переучить того, кто обучался  
традиционному программированию, на  
алгебраическое?

Н. Н. Непейвода

26 января 2013 г.



## Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

# Три барьера



# График Эйсимонта

Три барьера

График  
Эйсимонта

График  
Эйсимонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»  
тонкость

Влияние шума

Споры вокруг  
Ландауэра

И наконец  
эксперимент

Результаты  
эксперимента

Теоретические  
расчеты

Обратимость с  
других точек  
зрения

Группы

Первые шаги в  
алгебре

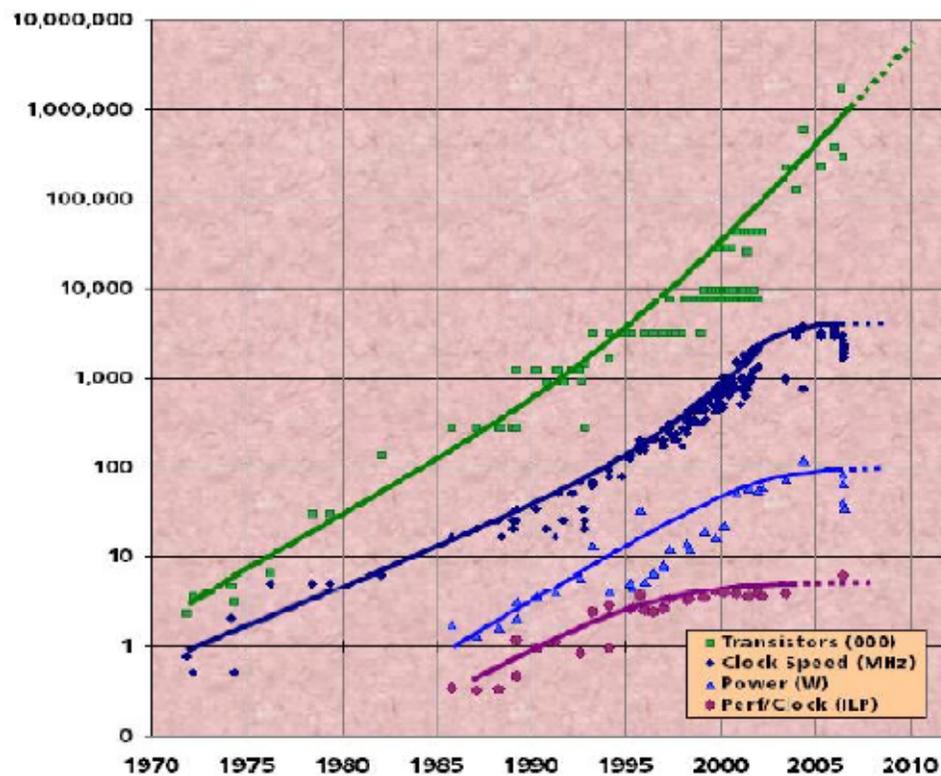
Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо





# График Эйсимонта

Три барьера

График  
Эйсимонта

График  
Эйсимонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»  
тонкость

Влияние шума

Споры вокруг  
Ландауэра

И наконец  
эксперимент

Результаты  
эксперимента

Теоретические  
расчеты

Обратимость с  
других точек  
зрения

Группы

Первые шаги в  
алгебре

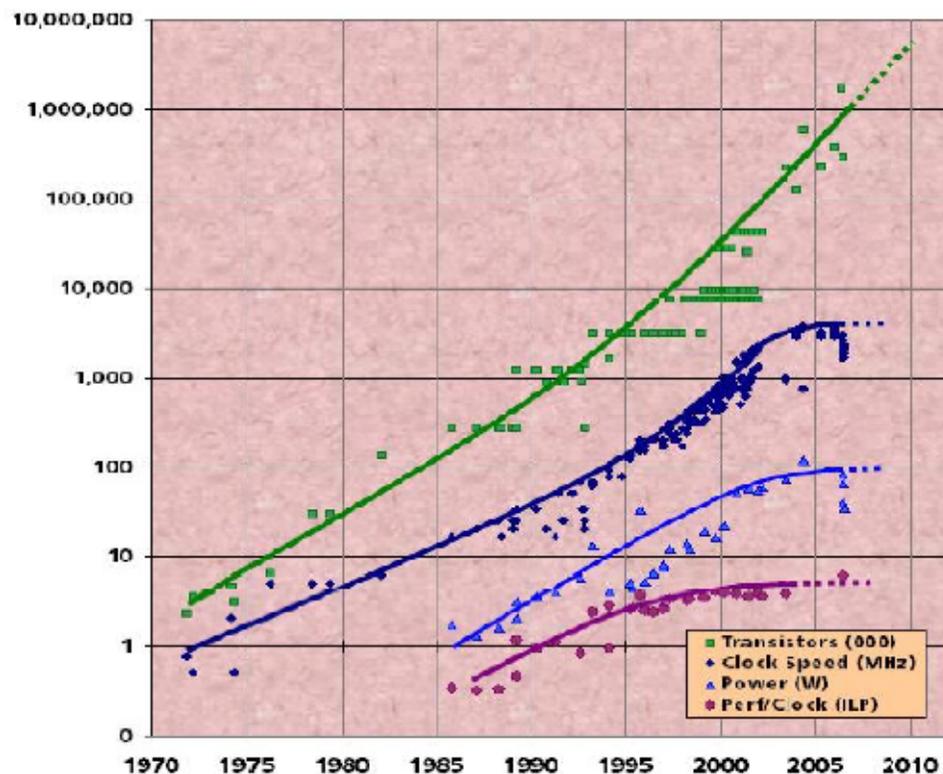
Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



На этом графике видно, что производительность одного процессора на переднем крае ВТ перестала расти уже десять лет назад.



# График Эйсимонта

Три барьера

График  
Эйсимонта

График  
Эйсимонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»  
тонкость

Влияние шума

Споры вокруг  
Ландауэра

И наконец  
эксперимент

Результаты  
эксперимента

Теоретические  
расчеты

Обратимость с  
других точек  
зрения

Группы

Первые шаги в  
алгебру

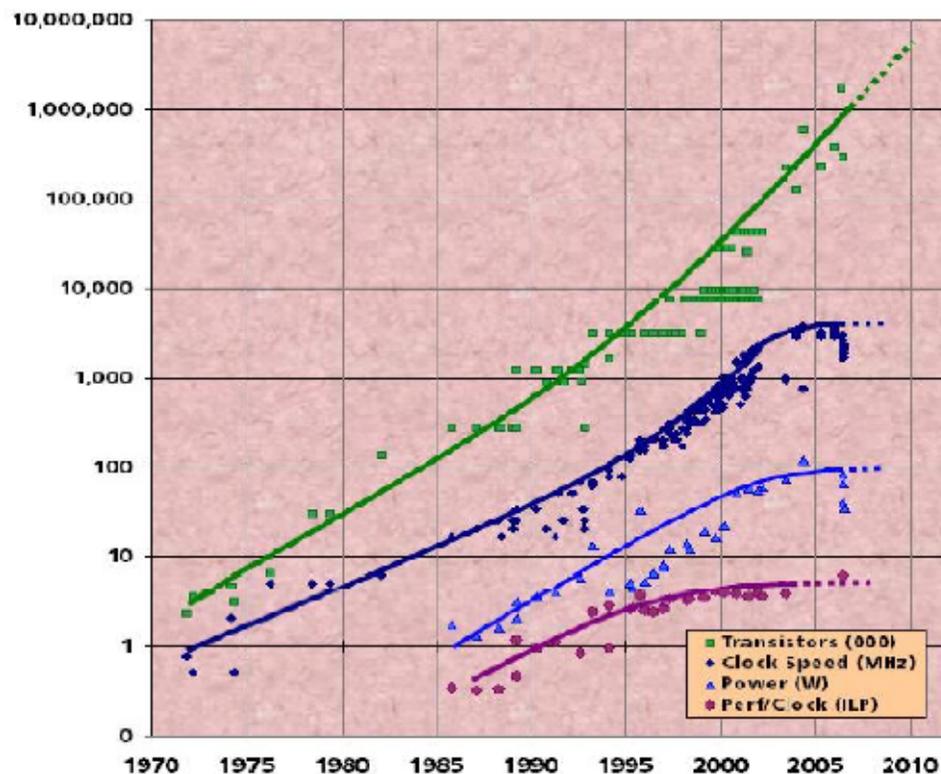
Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо





# График Эйсимонта

Три барьера

График  
Эйсимонта

График  
Эйсимонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»  
тонкость

Влияние шума

Споры вокруг  
Ландауэра

И наконец  
эксперимент

Результаты  
эксперимента

Теоретические  
расчеты

Обратимость с  
других точек  
зрения

Группы

Первые шаги в  
алгебре

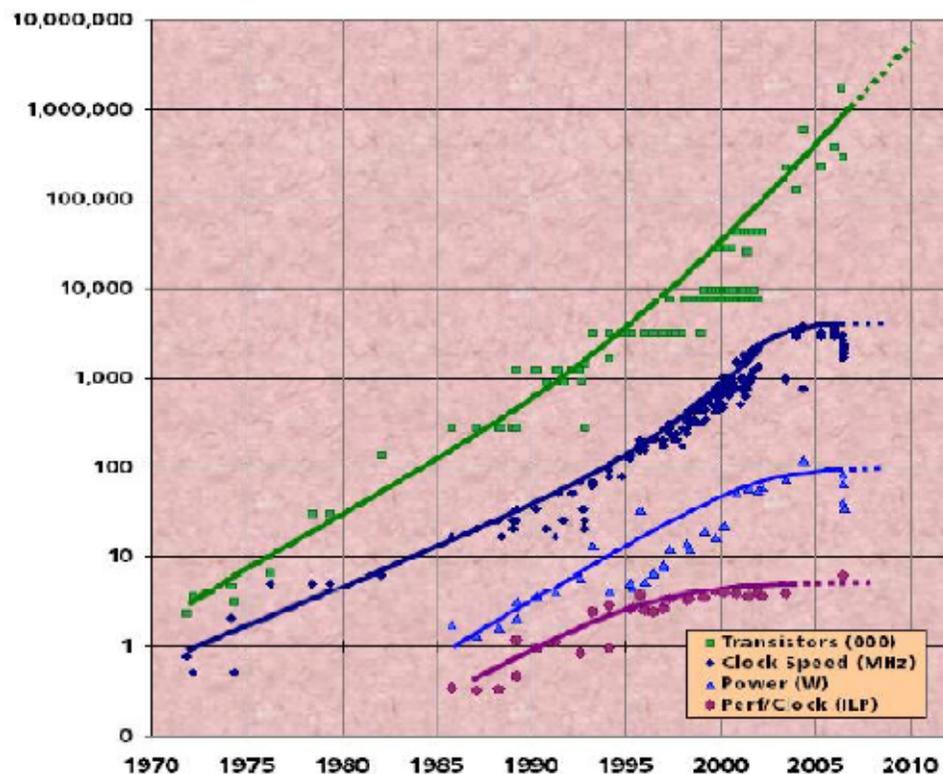
Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



Выжимается ускорение грубой силой  
(количество процессоров) и технологическими  
трюками.



# Три барьера

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

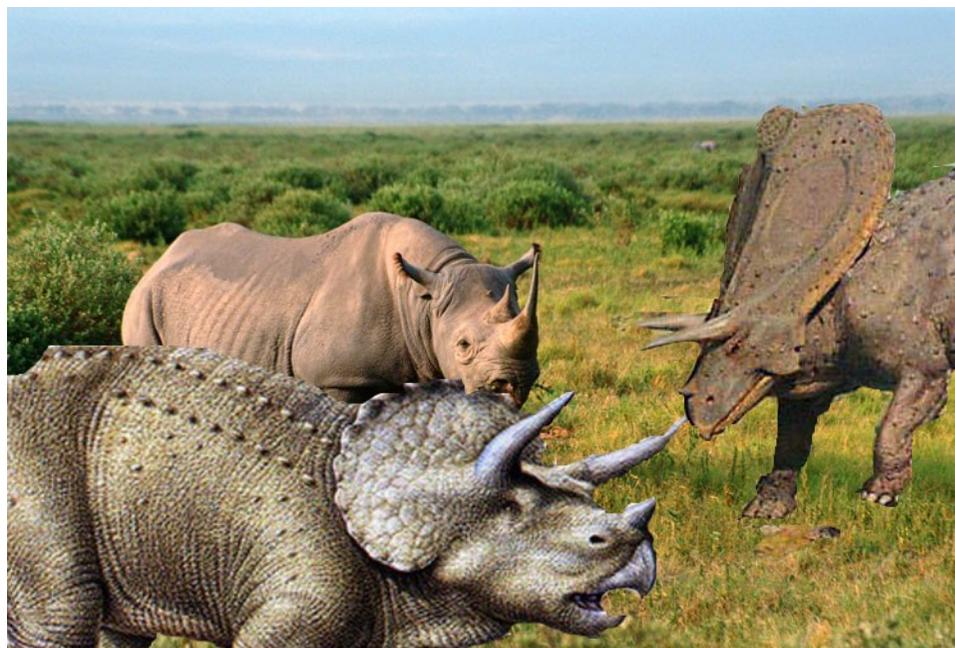
Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо





# Три барьера

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

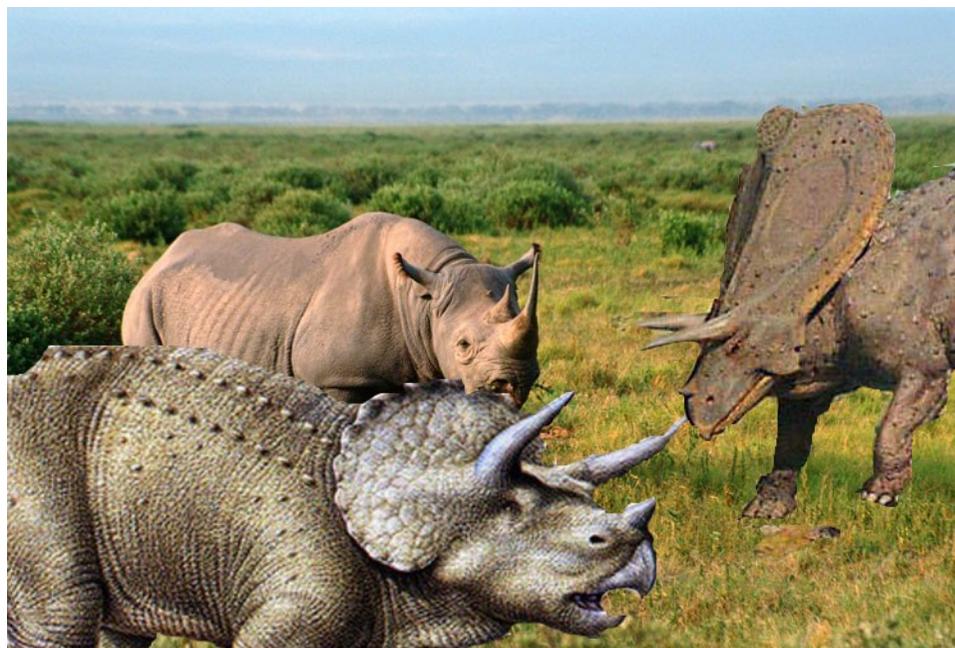
Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



## 1. Скорость света



# Три барьера

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

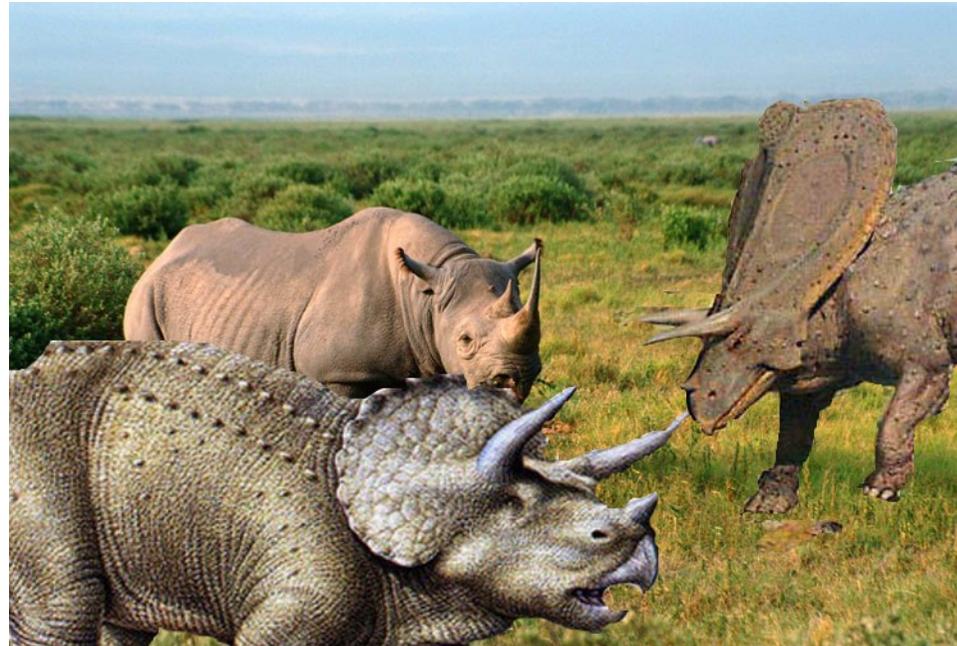
Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



1. Скорость света
2. Тепловыделение



# Три барьера

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические  
расчеты

Обратимость с  
других точек  
зрения

Группы

Первые шаги в  
алгебру

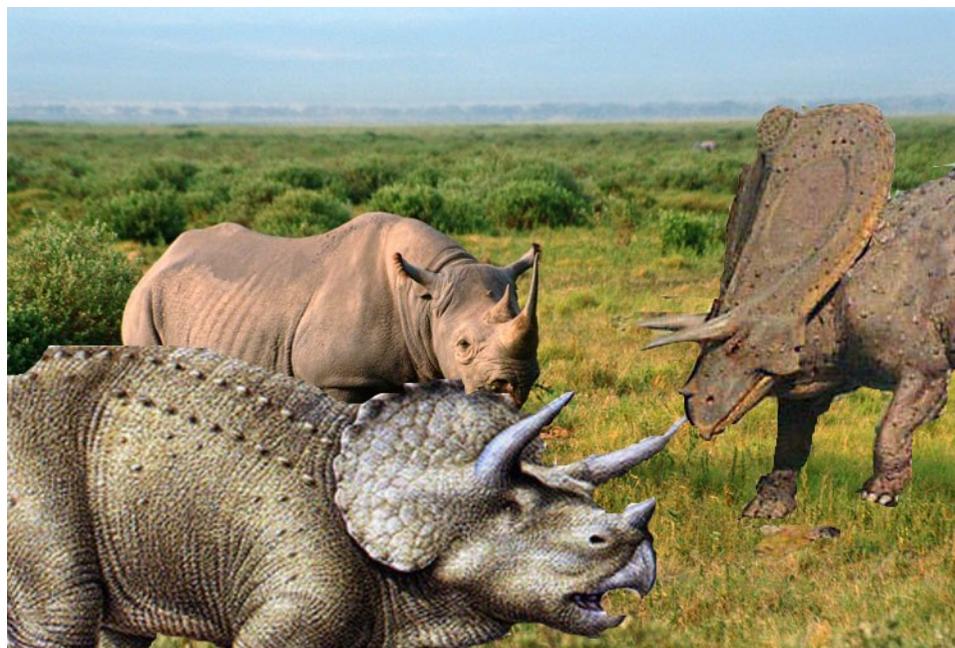
Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



1. Скорость света
2. Тепловыделение
3. Гигатонны говнокода



# Скорость света

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

**Скорость света**

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

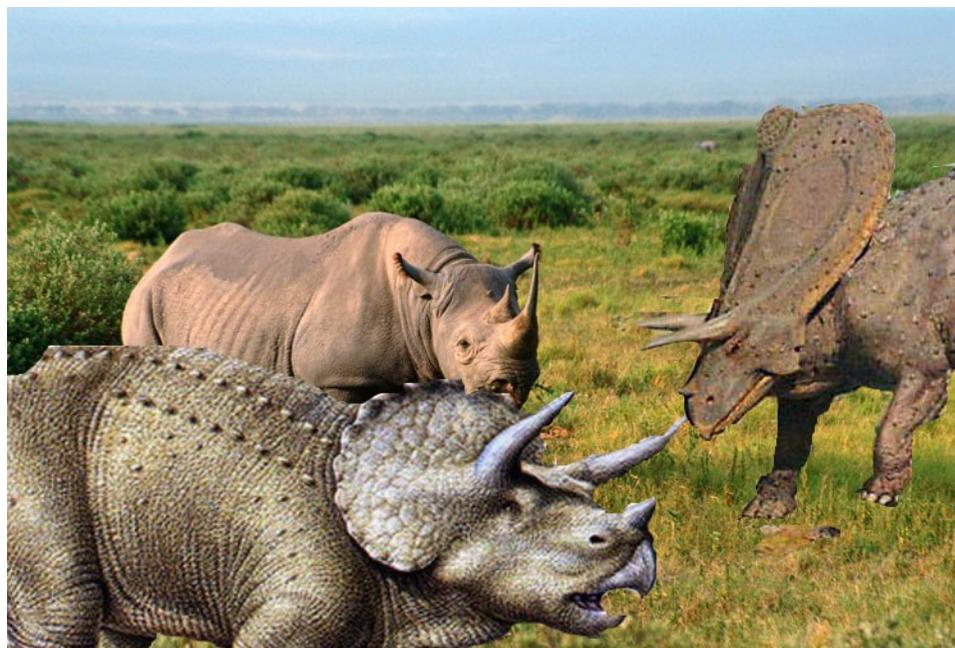
Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



Объективно ограничивает время вычислений  
снизу.



# Скорость света

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические  
расчеты

Обратимость с  
других точек  
зрения

Группы

Первые шаги в  
алгебру

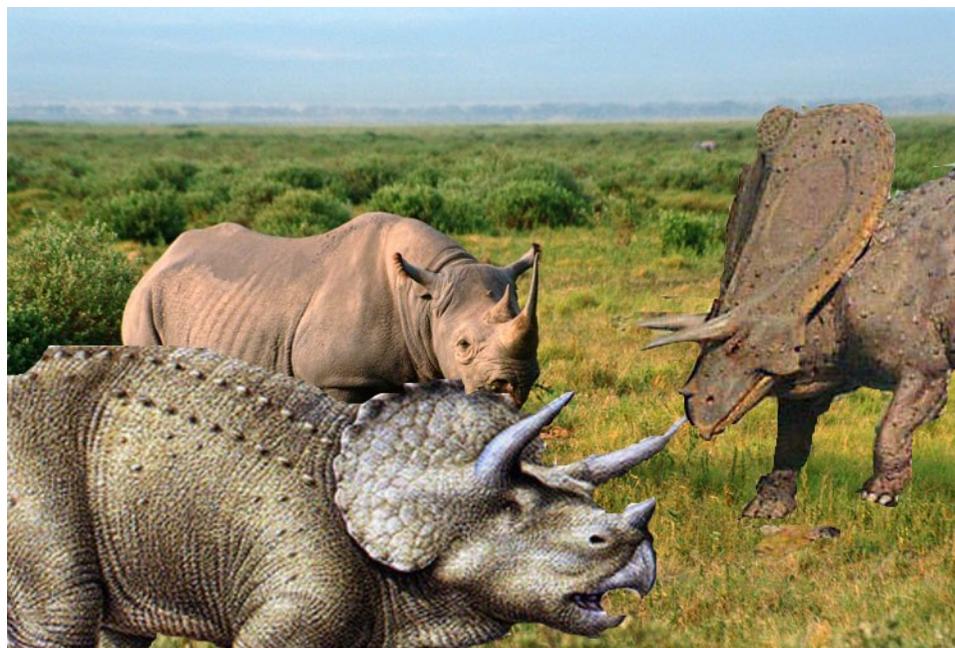
Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



Объективно ограничивает время вычислений снизу. Пока не видно возможности обойти этого зверя, но, если она появится, понадобится полная смена парадигмы.



# Тепловыделение

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

**Тепловыделение**

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

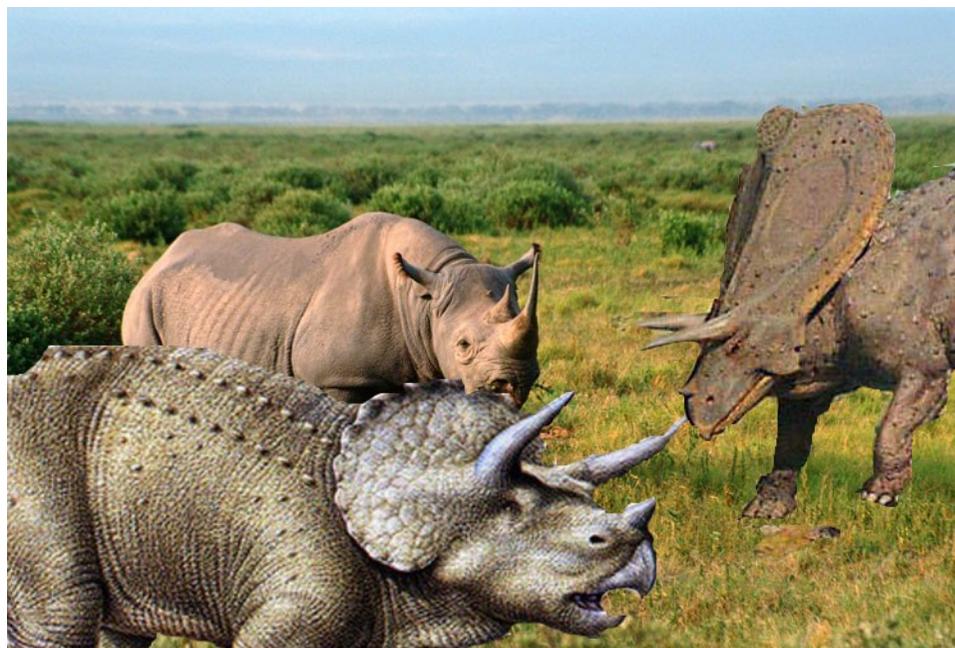
Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



Критическая проблема для суперкомпьютеров  
сейчас — выделение и отвод тепла



# Тепловыделение

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

**Тепловыделение**

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебре

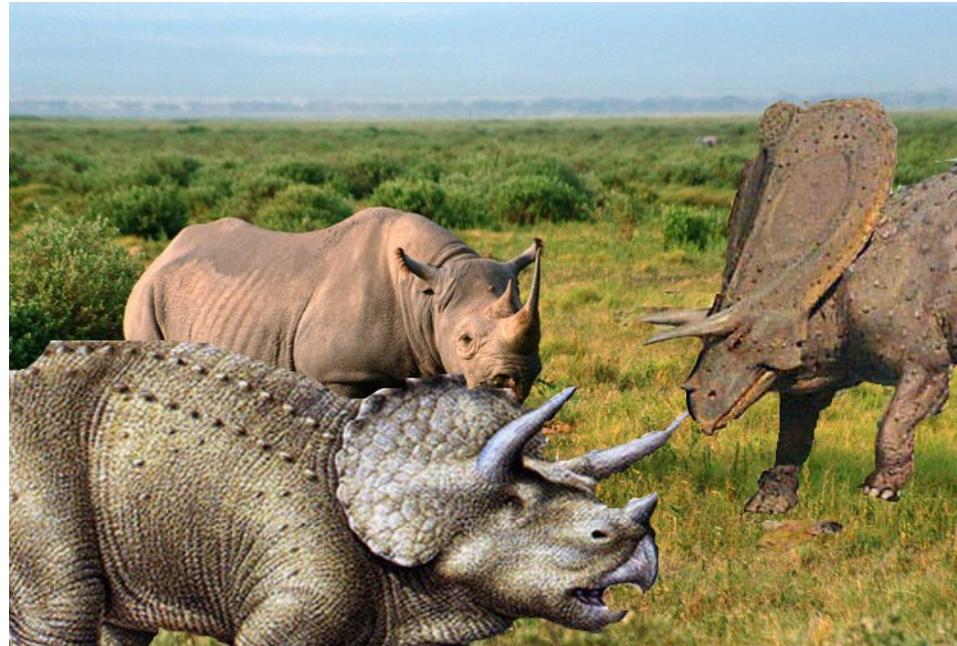
Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



Критическая проблема для суперкомпьютеров  
сейчас — выделение и отвод тепла

Затраты на энергию и охлаждение составляют  
большую часть стоимости



# Тепловыделение

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

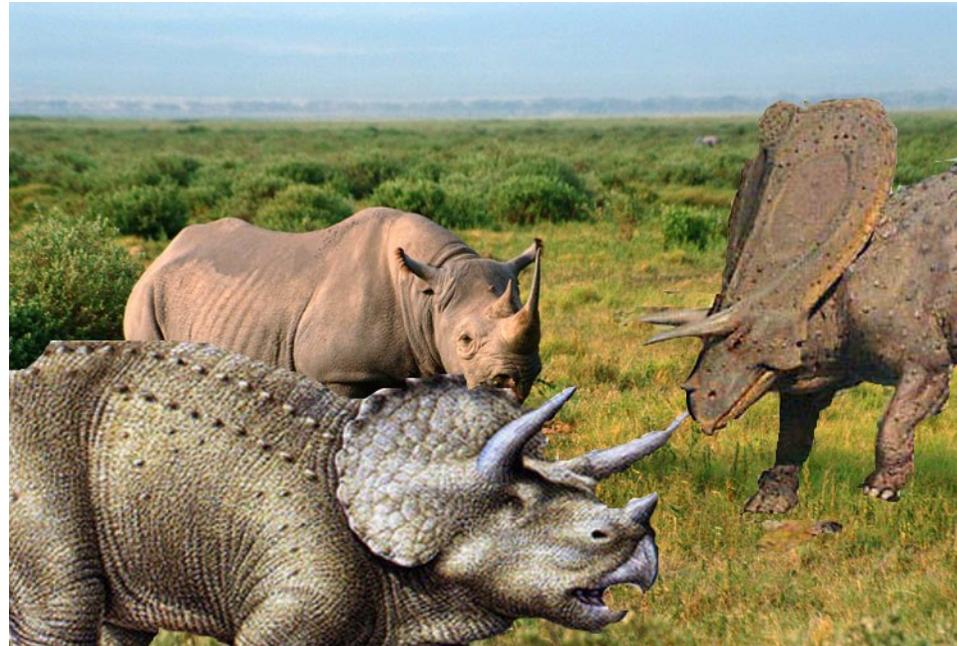
Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



Критическая проблема для суперкомпьютеров  
сейчас — выделение и отвод тепла

Затраты на энергию и охлаждение составляют  
большую часть стоимости

Но одними технологическими ухищрениями не  
обойтись



# Предел Ландауэра

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел  
Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Landauer, von Neumann: **Обратимость**  
Термодинамическая нижняя граница для  
обработки информации

## Обобщенный принцип Ландауэра — фон Неймана

$$E_{diss} \geq T \times k_B \times \ln P$$

$k_B$  постоянная Больцмана,  $T$  — абсолютная температура,  $P$  число состояний базового элемента.



# Предел Ландауэра

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел  
Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебре

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Landauer, von Neumann: **Обратимость**  
Термодинамическая нижняя граница для  
обработки информации

Обобщенный принцип Ландауэра —  
фон Неймана

$$E_{diss} \geq T \times k_B \times \ln P$$

$k_B$  постоянная Больцмана,  $T$  — абсолютная температура,  $P$  число состояний базового элемента.

Ландауэр 1961: можно обойти предел, если наши действия **обратимы**



# «Маленькая» тонкость

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Bennett, 1973 Чтобы преодолеть предел Ландауэра, не только операции должны быть обратимы, но и управление тоже.



# «Маленькая» тонкость

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»  
тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Bennett, 1973 Чтобы преодолеть предел Ландауэра, не только операции должны быть обратимы, но и управление тоже.

**Баллистические вычисления:** автоматически развиваются, однажды стартовав



# «Маленькая» тонкость

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»  
тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Bennett, 1973 Чтобы преодолеть предел Ландауэра, не только операции должны быть обратимы, но и управление тоже.

**Баллистические вычисления:** автоматически развиваются, однажды стартовав  
Все вычисления на молекулярном уровне и многие на нанокристаллическом обратимы.



# «Маленькая» тонкость

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Bennett, 1973 Чтобы преодолеть предел Ландауэра, не только операции должны быть обратимы, но и управление тоже.

**Баллистические вычисления:** автоматически развиваются, однажды стартовав

Все вычисления на молекулярном уровне и многие на нанокристаллическом обратимы.

Квантовые вычисления обратимы.

Сверхпроводящие вычисления обратимы.



# «Маленькая» тонкость

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Bennett, 1973 Чтобы преодолеть предел Ландауэра, не только операции должны быть обратимы, но и управление тоже.

**Баллистические вычисления:** автоматически развиваются, однажды стартовав

Все вычисления на молекулярном уровне и многие на нанокристаллическом обратимы.

Квантовые вычисления обратимы.

Сверхпроводящие вычисления обратимы.

Так что никуда от обратимости не денемся



# Влияние шума

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

**Влияние шума**

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

## Вероятность ошибки

$$e^{-\frac{E_{sig}}{E_{diss}}}$$

$$E_{sig} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2$$



# Влияние шума

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

**Влияние шума**

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

## Вероятность ошибки

$$e^{-\frac{E_{sig}}{E_{diss}}} \quad E_{sig} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2$$

Формула энергии дана для электрического элемента.  $C$  — емкость элемента,  $V$  — разность напряжений при переключении,  $T$  — температура среды в градусах Кельвина



# Влияние шума

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

**Влияние шума**

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

## Вероятность ошибки

$$e^{-\frac{E_{sig}}{E_{diss}}} \quad E_{sig} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2$$

Формула энергии дана для электрического элемента.  $C$  — емкость элемента,  $V$  — разность напряжений при переключении,  $T$  — температура среды в градусах Кельвина. Для надежности нужно  $E_{sig} \geq 100 \cdot T \cdot k_B$ . Этот предел уже достигнут. А при делении ДНК имеем  $40 \cdot T \cdot k_B$ .



# Споры вокруг Ландауэра

Доказательство — Plenio, Vitelli (2001)

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



# Споры вокруг Ландауэра

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Доказательство — Plenio, Vitelli (2001)  
Опровержение — Norton (2004)



# Споры вокруг Ландауэра

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Доказательство — Plenio, Vitelli (2001)

Опровержение — Norton (2004)

Доказательство — Andrieux, Gaspard (2007)



# Споры вокруг Ландауэра

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Доказательство — Plenio, Vitelli (2001)

Опровержение — Norton (2004)

Доказательство — Andrieux, Gaspard (2007)

Доказательство — Ladyman et al (2007)



# Споры вокруг Ландауэра

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Доказательство — Plenio, Vitelli (2001)

Опровержение — Norton (2004)

Доказательство — Andrieux, Gaspard (2007)

Доказательство — Ladyman et al (2007)

Опровержение — Norton (2011)



# И наконец эксперимент

## Снайдер и другие (2012)

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



# И наконец эксперимент

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

**И наконец  
эксперимент**

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

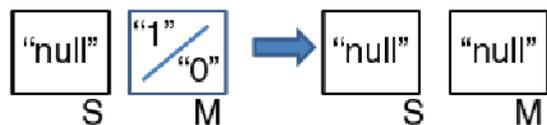
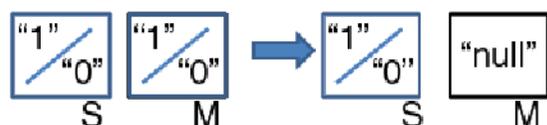
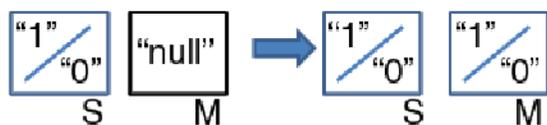
Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

## Снайдер и другие (2012)





# И наконец эксперимент

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

**И наконец  
эксперимент**

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

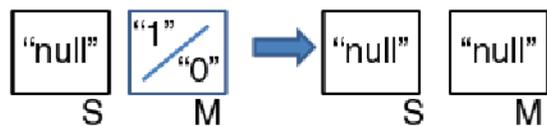
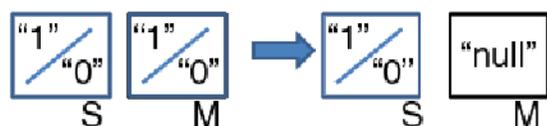
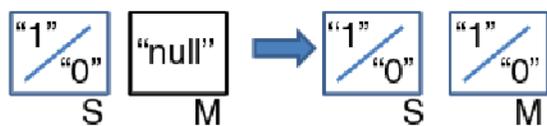
Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

## Снайдер и другие (2012)



Три операции: копирование с сохранением информации, стирание с сохранением копии, стирание без копии.



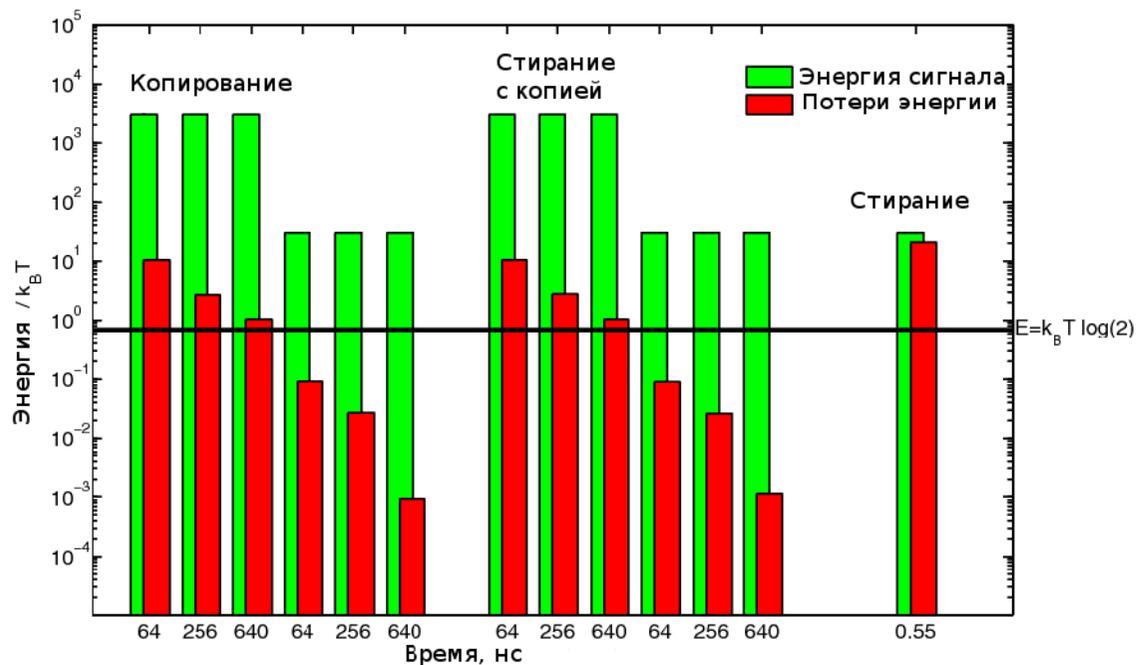
# Результаты эксперимента

## Три барьера

- График Эйсимонта
- График Эйсимонта
- Три барьера
- Скорость света
- Тепловыделение
- Предел Ландауэра
- «Маленькая» тонкость
- Влияние шума
- Споры вокруг Ландауэра
- И наконец эксперимент

## Результаты эксперимента

- Теоретические расчеты
- Обратимость с других точек зрения
- Группы
- Первые шаги в алгебру
- Гигатонны кода
- Я изучал язык
- Я изучал язык
- Я изучал язык
- Группы вместо





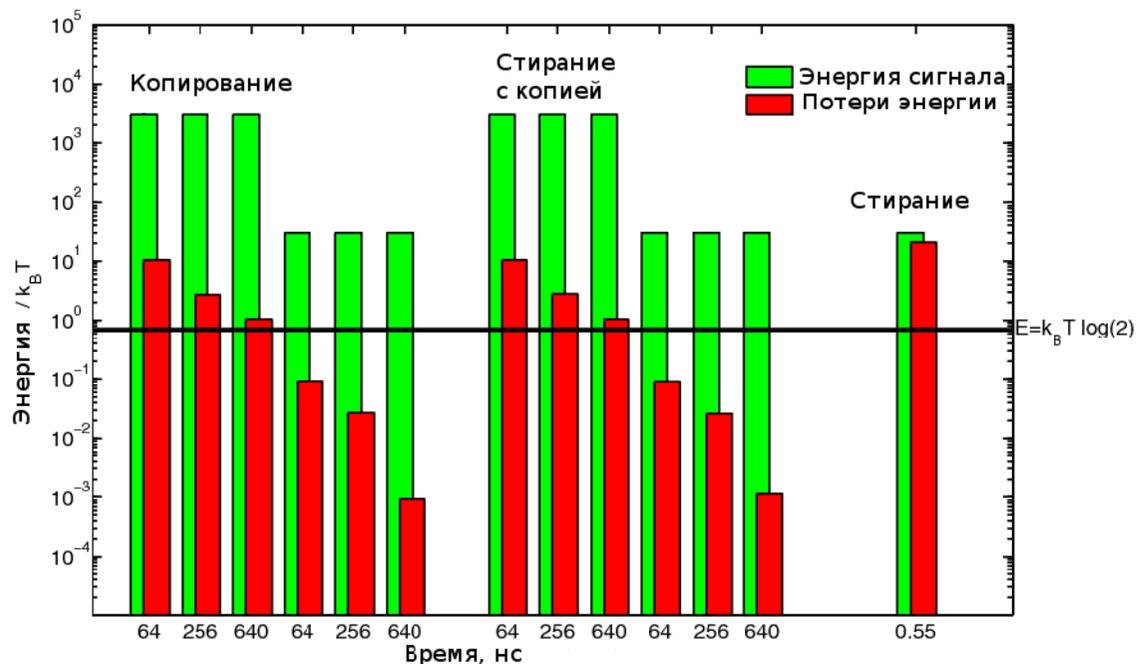
# Результаты эксперимента

## Три барьера

График  
Эйсымонта  
График  
Эйсымонта  
Три барьера  
Скорость света  
Тепловыделение  
Предел  
Ландауэра  
«Маленькая»  
тонкость  
Влияние шума  
Споры вокруг  
Ландауэра  
И наконец  
эксперимент

## Результаты эксперимента

Теоретические  
расчеты  
Обратимость с  
других точек  
зрения  
Группы  
Первые шаги в  
алгебру  
Гигатонны кода  
Я изучал язык  
Я изучал язык  
Я изучал язык  
Группы вместо



Таким образом, подтверждена (правда, на самом простом случае: многократное повторение одной и той же операции) возможность обойти предел Ландауэра



# Теоретические расчеты

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

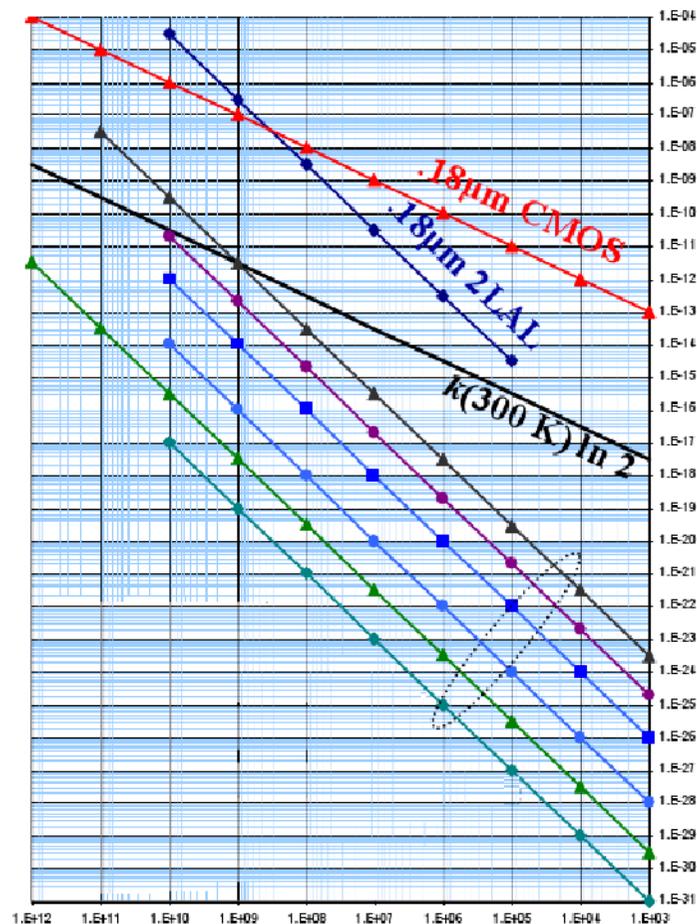
Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

- ◆ Адиабатные транзисторы
- nSQUID
- ▲ Квантовые КА
- ▲ Квантовые FET
- Стержневая модель
- Парам. квантрон
- ◆ Спиральная модель
- ▲ CMOS без обратимости
- Предел Ландауэра





# Обратимость с других точек зрения

Динамическая обратимость действий иллюстрируется моделью бильярдных шаров

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с других точек зрения

Группы

Первые шаги в алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

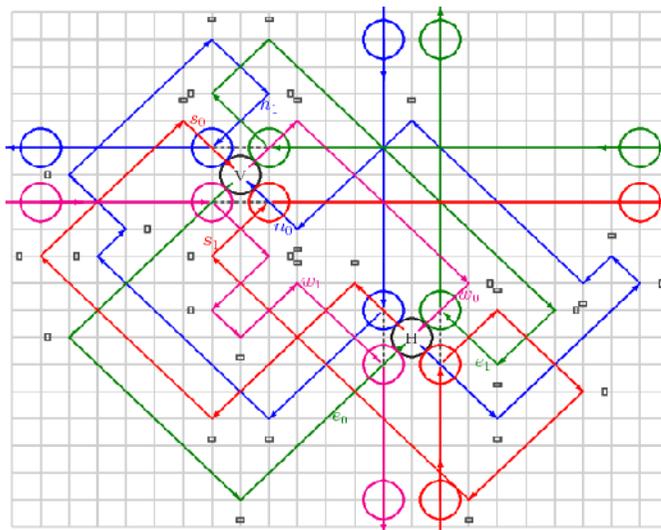
Я изучал язык

Группы вместо



# Обратимость с других точек зрения

Динамическая обратимость действий иллюстрируется моделью бильярдных шаров



Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с  
других точек  
зрения

Группы

Первые шаги в  
алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

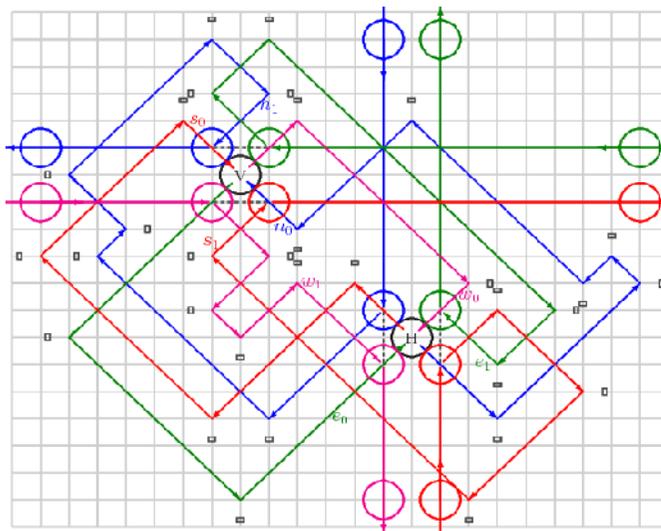
Я изучал язык

Группы вместо



# Обратимость с других точек зрения

Динамическая обратимость действий иллюстрируется моделью бильярдных шаров



Любая динамическая система без диссипации по определению обратима

- Три барьера
- График Эйсимонта
- График Эйсимонта
- Три барьера
- Скорость света
- Тепловыделение
- Предел Ландауэра
- «Маленькая» тонкость
- Влияние шума
- Споры вокруг Ландауэра
- И наконец эксперимент
- Результаты эксперимента
- Теоретические расчеты
- Обратимость с других точек зрения**
- Группы
- Первые шаги в алгебру
- Гигатонны кода
- Я изучал язык
- Я изучал язык
- Я изучал язык
- Группы вместо



# Группы

Как представляют обратимые действия в науке?

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

**Группы**

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



# Группы

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Как представляют обратимые действия в науке?

**Группы:** операция  $a \circ b$  с единичным элементом  $e$  и обратными для каждого  $a^{-1}$ :



# Группы

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Как представляют обратимые действия в науке?

**Группы:** операция  $a \circ b$  с единичным элементом  $e$  и обратными для каждого  $a^{-1}$ :

$$\text{Ассоциативность: } a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c;$$



# Группы

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Как представляют обратимые действия в науке?

**Группы:** операция  $a \circ b$  с единичным элементом  $e$  и обратными для каждого  $a^{-1}$ :

$$\text{Ассоциативность: } a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c;$$

$$e \circ a = a \circ e = a;$$



# Группы

- Три барьера
- График Эйсимонта
- График Эйсимонта
- Три барьера
- Скорость света
- Тепловыделение
- Предел Ландауэра
- «Маленькая» тонкость
- Влияние шума
- Споры вокруг Ландауэра
- И наконец эксперимент
- Результаты эксперимента
- Теоретические расчеты
- Обратимость с других точек зрения
- Группы**
- Первые шаги в алгебру
- Гигатонны кода
- Я изучал язык
- Я изучал язык
- Я изучал язык
- Группы вместо

Как представляют обратимые действия в науке?

**Группы:** операция  $a \circ b$  с единичным элементом  $e$  и обратными для каждого  $a^{-1}$ :

$$\text{Ассоциативность: } a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c;$$

$$e \circ a = a \circ e = a;$$

$$\text{Обращение: } a \circ a^{-1} = a^{-1} \circ a = e$$



# Группы

Три барьера  
График  
Эйсымонта  
График  
Эйсымонта  
Три барьера  
Скорость света  
Тепловыделение  
Предел  
Ландауэра  
«Маленькая»  
тонкость  
Влияние шума  
Споры вокруг  
Ландауэра  
И наконец  
эксперимент  
Результаты  
эксперимента  
Теоретические  
расчеты  
Обратимость с  
других точек  
зрения

## Группы

Первые шаги в  
алгебру  
Гигатонны кода  
Я изучал язык  
Я изучал язык  
Я изучал язык  
Группы вместо

Как представляют обратимые действия в науке?

**Группы:** операция  $a \circ b$  с единичным элементом  $e$  и обратными для каждого  $a^{-1}$ :

$$\text{Ассоциативность: } a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c;$$

$$e \circ a = a \circ e = a;$$

$$\text{Обращение: } a \circ a^{-1} = a^{-1} \circ a = e$$

Любое пространство обратимых функций — группа.



# Группы

- Три барьера
- График Эйсимонта
- График Эйсимонта
- Три барьера
- Скорость света
- Тепловыделение
- Предел Ландауэра
- «Маленькая» тонкость
- Влияние шума
- Споры вокруг Ландауэра
- И наконец эксперимент
- Результаты эксперимента
- Теоретические расчеты
- Обратимость с других точек зрения
- Группы**
- Первые шаги в алгебру
- Гигатонны кода
- Я изучал язык
- Я изучал язык
- Я изучал язык
- Группы вместо

Как представляют обратимые действия в науке?

**Группы:** операция  $a \circ b$  с единичным элементом  $e$  и обратными для каждого  $a^{-1}$ :

$$\text{Ассоциативность: } a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c;$$

$$e \circ a = a \circ e = a;$$

$$\text{Обращение: } a \circ a^{-1} = a^{-1} \circ a = e$$

Любое пространство обратимых функций — группа.

Так что принято считать группы универсальным представлением обратимых операций



# Первые шаги в алгебру

Что вычисляет молекула или нанокристалл?

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



# Первые шаги в алгебру

Что вычисляет молекула или нанокристалл?  
Конечную группу

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в  
алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



# Первые шаги в алгебру

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Что вычисляет молекула или нанокристалл?

Конечную группу

Так что с самого начала обратимые программы становятся недвоичными, нечисловыми, алгебраическими



# Первые шаги в алгебру

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Что вычисляет молекула или нанокристалл?

Конечную группу

Так что с самого начала обратимые программы становятся недвоичными, нечисловыми, алгебраическими

Что в принципе можно алгебраически моделировать в конечных группах



# Первые шаги в алгебру

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в  
алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Что вычисляет молекула или нанокристалл?

Конечную группу

Так что с самого начала обратимые программы

становятся недвоичными, нечисловыми,

алгебраическими

Что в принципе можно алгебраически

моделировать в конечных группах

Очень многое



# Первые шаги в алгебру

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Что вычисляет молекула или нанокристалл?

Конечную группу

Так что с самого начала обратимые программы

становятся недвоичными, нечисловыми,

алгебраическими

Что в принципе можно алгебраически

моделировать в конечных группах

Очень многое

Готова ли практика к этому?



# Первые шаги в алгебру

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Что вычисляет молекула или нанокристалл?

Конечную группу

Так что с самого начала обратимые программы становятся недвоичными, нечисловыми, алгебраическими

Что в принципе можно алгебраически моделировать в конечных группах

Очень многое

Готова ли практика к этому?

Нет



# Первые шаги в алгебру

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Что вычисляет молекула или нанокристалл?

Конечную группу

Так что с самого начала обратимые программы

становятся недвоичными, нечисловыми,

алгебраическими

Что в принципе можно алгебраически

моделировать в конечных группах

Очень многое

Готова ли практика к этому?

Нет

Готова ли теория к этому?



# Первые шаги в алгебру

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Что вычисляет молекула или нанокристалл?

Конечную группу

Так что с самого начала обратимые программы становятся недвоичными, нечисловыми, алгебраическими

Что в принципе можно алгебраически моделировать в конечных группах

Очень многое

Готова ли практика к этому?

Нет

Готова ли теория к этому?

Почти готова



# Гигатонны кода

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

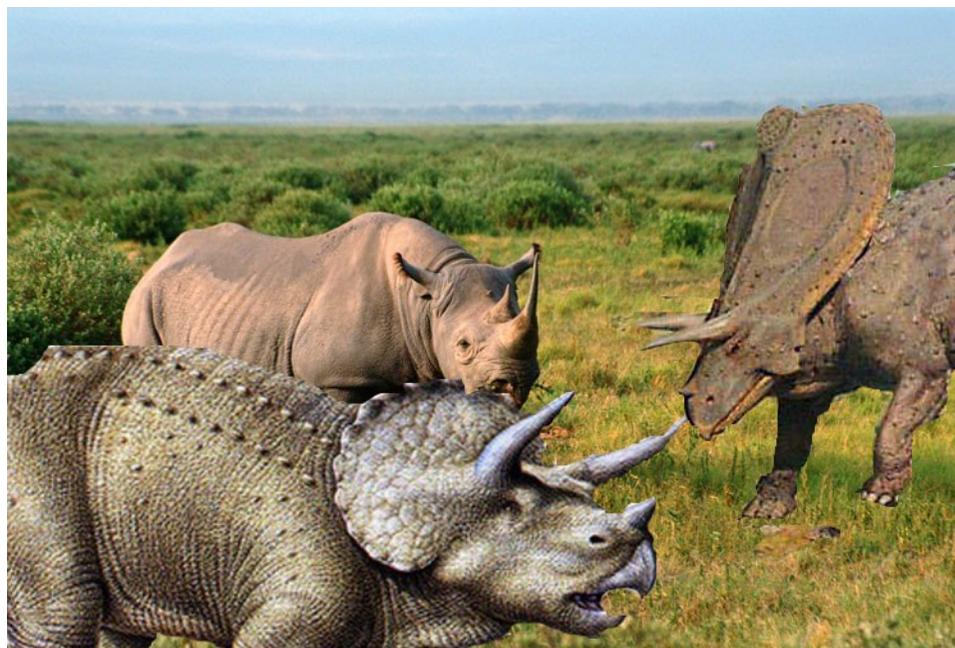
**Гигатонны кода**

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо





# Гигатонны кода

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические  
расчеты

Обратимость с  
других точек  
зрения

Группы

Первые шаги в  
алгебру

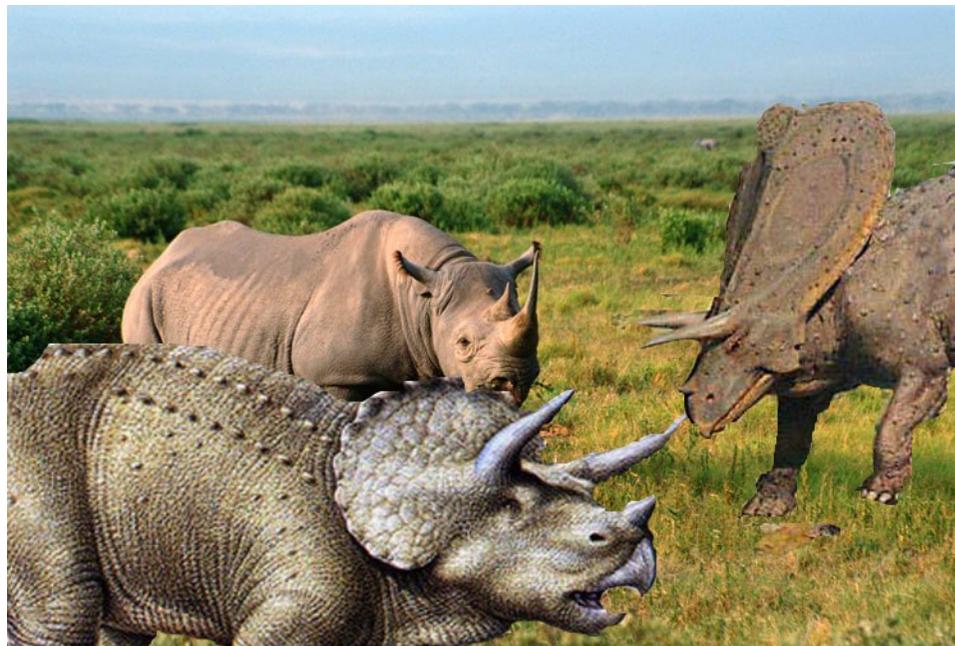
**Гигатонны кода**

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



Программные системы, как динозавры,  
задыхаются под тяжестью собственного кода



# Гигатонны кода

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические  
расчеты

Обратимость с  
других точек  
зрения

Группы

Первые шаги в  
алгебре

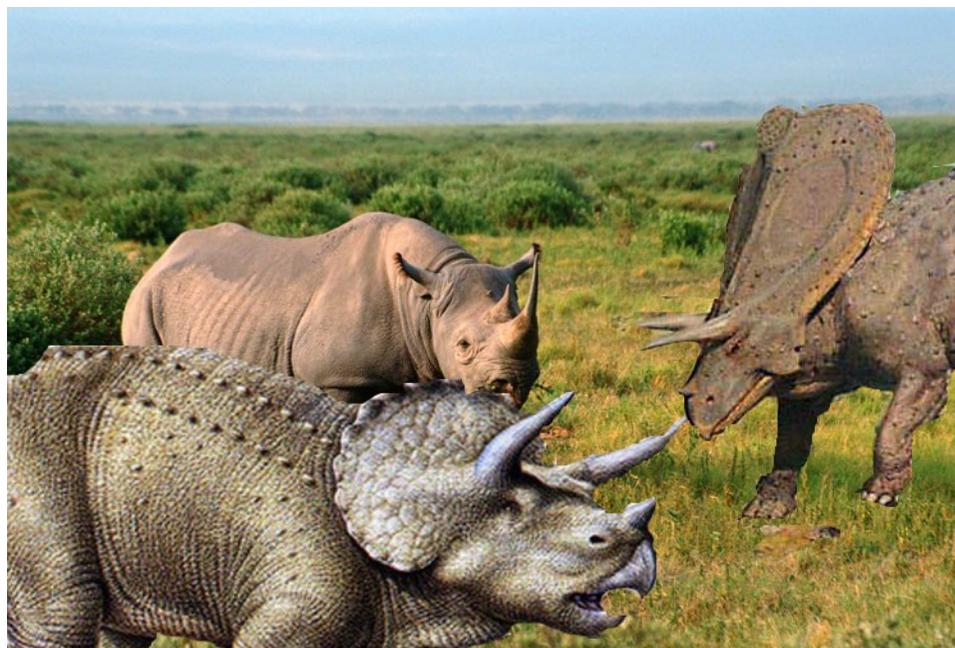
**Гигатонны кода**

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



Программные системы, как динозавры,  
задыхаются под тяжестью собственного кода  
Считается, что процесс увеличения объема кода  
объективен



# Гигатонны кода

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические  
расчеты

Обратимость с  
других точек  
зрения

Группы

Первые шаги в  
алгебре

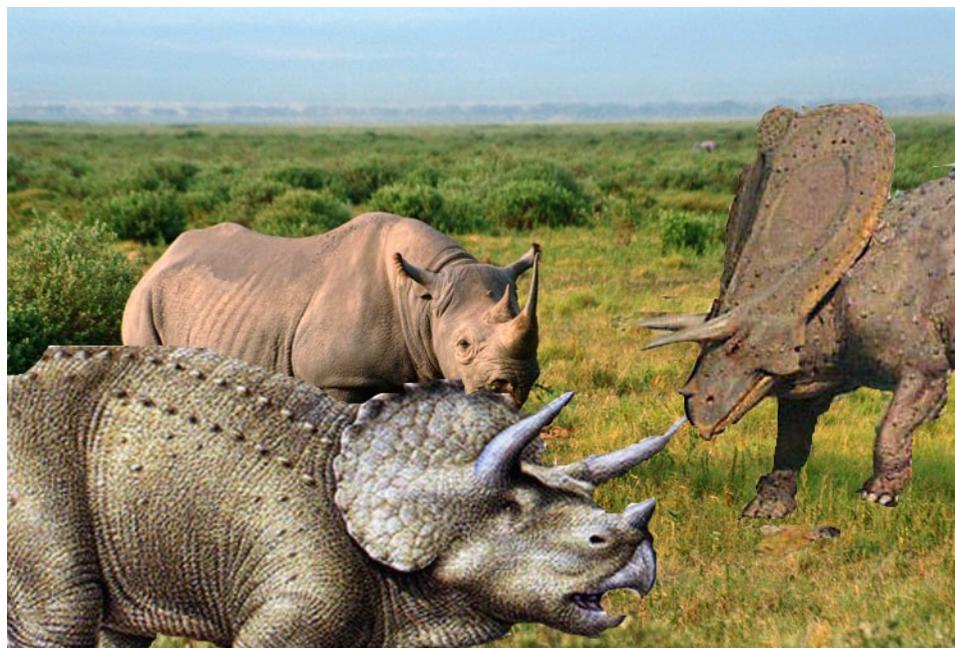
**Гигатонны кода**

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



Программные системы, как динозавры,  
задыхаются под тяжестью собственного кода  
Считается, что процесс увеличения объема кода  
объективен  
Объективно *агрессивное невежество*  
программистов

# Я изучал язык



Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

**Я изучал язык**

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо





# Я изучал язык

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



Эффект агрессивного невежества проявляется уже для современных суперкомпьютеров



# Я изучал язык

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



Эффект агрессивного невежества проявляется уже для современных суперкомпьютеров  
Разнородные процессоры и сложная топология не могут быть взяты топором-колуном  
C++UMPI

# Я изучал язык



Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



Но программисты ИЗУЧАЛИ язык и он вбит им в голову как нечто абсолютное. Думать они могут лишь в терминах последовательных процессов и битов.



# Я изучал язык

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



Первые доклады о мире алгебраического программирования программисты практически не воспринимали, пытаюсь все перевести в термины битов-байтов, операторов, сортировок...



# Я изучал язык

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



Первые доклады о мире алгебраического программирования программисты практически не воспринимали, пытаюсь все перевести в термины битов-байтов, операторов, сортировок...

А «железячники» быстро поняли, в чем суть



# Группы вместо диффузов

Как сейчас изучают диффуры в теории?

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



# Группы вместо дифуров

Как сейчас изучают дифуры в теории?  
Строят комплексы групп, описывающие их  
качественные свойства

- Три барьера
- График
- Эйсымонта
- График
- Эйсымонта
- Три барьера
- Скорость света
- Тепловыделение
- Предел
- Ландауэра
- «Маленькая»  
тонкость
- Влияние шума
- Споры вокруг
- Ландауэра
- И наконец
- эксперимент
- Результаты
- эксперимента
- Теоретические
- расчеты
- Обратимость с
- других точек
- зрения
- Группы
- Первые шаги в
- алгебру
- Гигатонны кода
- Я изучал язык
- Я изучал язык
- Я изучал язык
- Группы вместо



# Группы вместо дифуров

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Как сейчас изучают дифуры в теории?

Строят комплексы групп, описывающие их  
качественные свойства

Что нам нужно на практике?



# Группы вместо дифуров

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Как сейчас изучают дифуры в теории?

Строят комплексы групп, описывающие их  
качественные свойства

Что нам нужно на практике?

Чаще всего качественный ответ



# Группы вместо дифуров

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Как сейчас изучают дифуры в теории?

Строят комплексы групп, описывающие их  
качественные свойства

Что нам нужно на практике?

Чаще всего качественный ответ

Как он обычно получается?



# Группы вместо дифуров

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Как сейчас изучают дифуры в теории?

Строят комплексы групп, описывающие их  
качественные свойства

Что нам нужно на практике?

Чаще всего качественный ответ

Как он обычно получается?

Переводим все на язык чисел, вычисляем. А  
затем пытаемся понять, что же содержательно  
получилось



# Числа избыточны???

Что следует из предыдущего?

Три барьера  
График  
Эйсымонта  
График  
Эйсымонта  
Три барьера  
Скорость света  
Тепловыделение  
Предел  
Ландауэра  
«Маленькая»  
тонкость  
Влияние шума  
Споры вокруг  
Ландауэра  
И наконец  
эксперимент  
Результаты  
эксперимента  
Теоретические  
расчеты  
Обратимость с  
других точек  
зрения  
Группы  
Первые шаги в  
алгебру  
Гигатонны кода  
Я изучал язык  
Я изучал язык  
Я изучал язык  
Группы вместо



# Числа избыточны???

Три барьера

---

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Что следует из предыдущего?

*В принципе* числа — избыточный  
промежуточный элемент



# Числа избыточны???

Три барьера  
График  
Эйсымонта  
График  
Эйсымонта  
Три барьера  
Скорость света  
Тепловыделение  
Предел  
Ландауэра  
«Маленькая»  
тонкость  
Влияние шума  
Споры вокруг  
Ландауэра  
И наконец  
эксперимент  
Результаты  
эксперимента  
Теоретические  
расчеты  
Обратимость с  
других точек  
зрения  
Группы  
Первые шаги в  
алгебру  
Гигатонны кода  
Я изучал язык  
Я изучал язык  
Я изучал язык  
Группы вместо

Что следует из предыдущего?  
*В принципе* числа — избыточный  
промежуточный элемент  
Почему же их везде используют?



# Числа избыточны???

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Что следует из предыдущего?

*В принципе* числа — избыточный  
промежуточный элемент

Почему же их везде используют?

Привычно



# Числа избыточны???

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Что следует из предыдущего?

*В принципе* числа — избыточный

промежуточный элемент

Почему же их везде используют?

Привычно

Что же получилось?



# Числа избыточны???

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Что следует из предыдущего?

*В принципе* числа — избыточный  
промежуточный элемент

Почему же их везде используют?

Привычно

Что же получилось?

Числа стали идолом. “ Точное — то, что  
выражается числом ”

Рейтингопоклонничество и жертвы им уже  
приносят. . . .



# Парадокс изобретателя

Д. Пойа: доказать простое утверждение часто можно лишь посредством сложных промежуточных лемм.

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



# Парадокс изобретателя

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Д. Пойа: доказать простое утверждение часто можно лишь посредством сложных промежуточных лемм.

Ван Хао (1954) В арифметике есть последовательность формул вида

$$\forall x f_n(x) = 0,$$

где  $f_i$  — элементарные вычислимые функции, для доказательства которых необходимы леммы с  $n$  переменными кванторов



# Парадокс изобретателя

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

В. Оревков (1968)

Имеется последовательность формул логики  $A_n$ , такая, что для доказательства  $A_n$  без лемм необходимо

$$\left( (2^2)^{\dots} \right)^2 \text{ (высота } n \text{)}$$

шагов, а для доказательства с леммами —  $13 \cdot n + 7$ .



# Пример эффекта Оревкова

Если у нас есть лишь исходная операция прибавления единицы, то вычисление экспоненты требует экспоненциального числа шагов.

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



# Пример эффекта Оревкова

- Три барьера
- График Эйсимонта
- График Эйсимонта
- Три барьера
- Скорость света
- Тепловыделение
- Предел Ландауэра
- «Маленькая» тонкость
- Влияние шума
- Споры вокруг Ландауэра
- И наконец эксперимент
- Результаты эксперимента
- Теоретические расчеты
- Обратимость с других точек зрения
- Группы
- Первые шаги в алгебру
- Гигатонны кода
- Я изучал язык
- Я изучал язык
- Я изучал язык
- Группы вместо

Если у нас есть лишь исходная операция прибавления единицы, то вычисление экспоненты требует экспоненциального числа шагов.

Если же записать ее неявное определение с помощью равенств

$$\begin{cases} \varphi(x, 0) & = x + 1 \\ \varphi(x, y + 1) & = \varphi(\varphi(x, y), y) \end{cases}$$

то экспонента вычисляется в линейное число шагов.



# Башня экспонент

Если теперь задать определение функции второго порядка

$$\begin{cases} \Phi(\varphi, x, 0) & = \varphi(0, x) \\ \Phi(\varphi, x, y + 1) & = \Phi(\varphi, \Phi(\varphi, x, y), y) \end{cases}$$

то за линейное число шагов вычисляется уже суперэкспонента и так далее.

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



# Возражение

Но ведь здесь рекурсия, и, более того, рекурсия по функциям над функциями!

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



# Возражение

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Но ведь здесь рекурсия, и, более того, рекурсия по функциям над функциями!

А как же накладные расходы на нее?



# Возражение

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо

Но ведь здесь рекурсия, и, более того, рекурсия по функциям над функциями!

А как же накладные расходы на нее?

Более аккуратным подбором примера (но при этом он значительно усложняется; см. например Митчелл 2010) можно избавиться от рекурсии; но функции высших порядков неустранимы.



# Что может в принципе дать алгебраическое моделирование?

Заменяя числа высокоуровневыми понятиями, можно сократить выкладки в башню экспонент раз (А. Оревков, 1968).

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



# Что может в принципе дать алгебраическое моделирование?

Заменяя числа высокоуровневыми понятиями, можно сократить выкладки в башню экспонент раз (А. Оревков, 1968).

Такой эффект в принципе недостижим грубой силой численных суперкомпьютеров

Три барьера  
График  
Эйсымонта  
График  
Эйсымонта  
Три барьера  
Скорость света  
Тепловыделение  
Предел  
Ландауэра  
«Маленькая»  
тонкость  
Влияние шума  
Споры вокруг  
Ландауэра  
И наконец  
эксперимент  
Результаты  
эксперимента  
Теоретические  
расчеты  
Обратимость с  
других точек  
зрения  
Группы  
Первые шаги в  
алгебру  
Гигатонны кода  
Я изучал язык  
Я изучал язык  
Я изучал язык  
Группы вместо



# Что может в принципе дать алгебраическое моделирование?

Заменяя числа высокоуровневыми понятиями, можно сократить выкладки в башню экспонент раз (А. Оревков, 1968).

Такой эффект в принципе недостижим грубой силой численных суперкомпьютеров

В алгебрах, основанных на бинарных операциях, функциональное программирование возникает с самого начала.

Три барьера  
График  
Эйсымонта  
График  
Эйсымонта  
Три барьера  
Скорость света  
Тепловыделение  
Предел  
Ландауэра  
«Маленькая»  
тонкость  
Влияние шума  
Споры вокруг  
Ландауэра  
И наконец  
эксперимент  
Результаты  
эксперимента  
Теоретические  
расчеты  
Обратимость с  
других точек  
зрения  
Группы  
Первые шаги в  
алгебру  
Гигатонны кода  
Я изучал язык  
Я изучал язык  
Я изучал язык  
Группы вместо



# Что может в принципе дать алгебраическое моделирование?

Заменяя числа высокоуровневыми понятиями, можно сократить выкладки в башню экспонент раз (А. Оревков, 1968).

Такой эффект в принципе недостижим грубой силой численных суперкомпьютеров

В алгебрах, основанных на бинарных операциях, функциональное программирование возникает с самого начала.

Любой элемент  $a$  может рассматриваться как функция  $\lambda x x \circ a$ .

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



# Что может в принципе дать алгебраическое моделирование?

Заменяя числа высокоуровневыми понятиями, можно сократить выкладки в башню экспонент раз (А. Оревков, 1968).

Такой эффект в принципе недостижим грубой силой численных суперкомпьютеров

В алгебрах, основанных на бинарных операциях, функциональное программирование возникает с самого начала.

Любой элемент  $a$  может рассматриваться как функция  $\lambda x x \circ a$ .

Далее, соответственно, как преобразование функций.

Три барьера  
График  
Эйсымонта  
График  
Эйсымонта  
Три барьера  
Скорость света  
Тепловыделение  
Предел  
Ландауэра  
«Маленькая»  
тонкость  
Влияние шума  
Споры вокруг  
Ландауэра  
И наконец  
эксперимент  
Результаты  
эксперимента  
Теоретические  
расчеты  
Обратимость с  
других точек  
зрения  
Группы  
Первые шаги в  
алгебру  
Гигатонны кода  
Я изучал язык  
Я изучал язык  
Я изучал язык  
Группы вместо



# Что может в принципе дать алгебраическое моделирование?

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

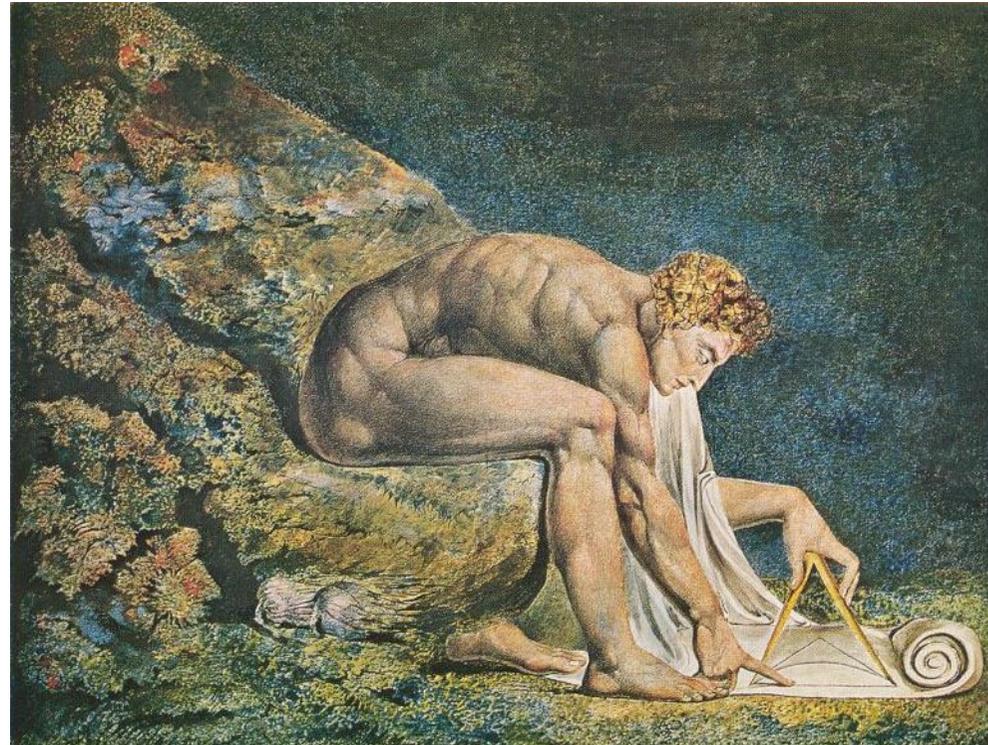
Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



Заменяя числа высокоуровневыми понятиями, можно сократить выкладки в башню экспонент раз (А. Оревков, 1968).



# Что может в принципе дать алгебраическое моделирование?

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

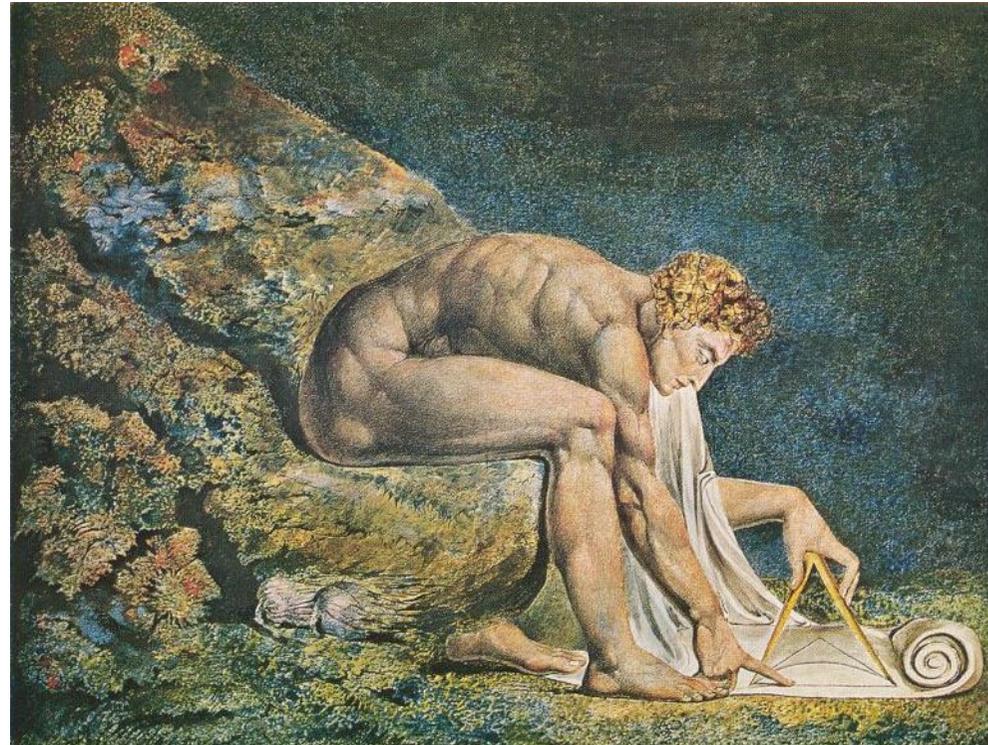
Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



Заменяя числа высокоуровневыми понятиями, можно сократить выкладки в башню экспонент раз (А. Оревков, 1968).



# Что может в принципе дать алгебраическое моделирование?

Три барьера

График

Эйсымонта

График

Эйсымонта

Три барьера

Скорость света

Тепловыделение

Предел

Ландауэра

«Маленькая»

тонкость

Влияние шума

Споры вокруг

Ландауэра

И наконец

эксперимент

Результаты

эксперимента

Теоретические

расчеты

Обратимость с

других точек

зрения

Группы

Первые шаги в

алгебру

Гигатонны кода

Я изучал язык

Я изучал язык

Я изучал язык

Группы вместо



Такой эффект в принципе недостижим грубой силой численных суперкомпьютеров



# Аналоговые вычисления?

Алгебраические вычисления с самого начала естественно параллельны: каждый кристалл вычисляет свою групповую операцию независимо за один такт; разные кристаллы почти независимы.

Три барьера  
График  
Эйсымонта  
График  
Эйсымонта  
Три барьера  
Скорость света  
Тепловыделение  
Предел  
Ландауэра  
«Маленькая»  
тонкость  
Влияние шума  
Споры вокруг  
Ландауэра  
И наконец  
эксперимент  
Результаты  
эксперимента  
Теоретические  
расчеты  
Обратимость с  
других точек  
зрения  
Группы  
Первые шаги в  
алгебру  
Гигатонны кода  
Я изучал язык  
Я изучал язык  
Я изучал язык  
Группы вместо



# Аналоговые вычисления?

Алгебраические вычисления с самого начала естественно параллельны: каждый кристалл вычисляет свою групповую операцию независимо за один такт; разные кристаллы почти независимы.

Это похоже на аналоговые компьютеры

Три барьера  
График  
Эйсымонта  
График  
Эйсымонта  
Три барьера  
Скорость света  
Тепловыделение  
Предел  
Ландауэра  
«Маленькая»  
тонкость  
Влияние шума  
Споры вокруг  
Ландауэра  
И наконец  
эксперимент  
Результаты  
эксперимента  
Теоретические  
расчеты  
Обратимость с  
других точек  
зрения  
Группы  
Первые шаги в  
алгебру  
Гигатонны кода  
Я изучал язык  
Я изучал язык  
Я изучал язык  
Группы вместо



## Три барьера

### Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение  
Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы

# Начинаются неприятности



# А что же плохо?

Три барьера

Начинаются  
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с  
аналоговыми  
Неприятности  
продолжаются  
О языках  
алгебраического  
программирова-  
ния

На будущее:  
можно ли  
увильнуть от  
алгебр?

Завершение  
постановки  
задачи

Проблема с  
обращением

Назад к  
обычному про-  
граммированию

Действия — не  
функции

Предупреждение  
Некоторые  
выводы

На что похожи  
обучавшиеся по  
стандартной  
методу?

Могут групповые вычисления быть полны в смысле Тьюринга, как обычные языки программирования?



# А что же плохо?

Три барьера

Начинаются  
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с  
аналоговыми  
Неприятности  
продолжаются  
О языках  
алгебраического  
программирова-  
ния

На будущее:  
можно ли  
увильнуть от  
алгебр?

Завершение  
постановки  
задачи

Проблема с  
обращением

Назад к  
обычному про-  
граммированию

Действия — не  
функции

Предупреждение  
Некоторые  
выводы

На что похожи  
обучавшиеся по  
стандартной  
методу?

Могут групповые вычисления быть полны в смысле Тьюринга, как обычные языки программирования?  
Никогда



# А что же плохо?

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми Неприятности продолжаются О языках алгебраического программирования

На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

Могут групповые вычисления быть полны в смысле Тьюринга, как обычные языки программирования?

Никогда

Можно ли иметь универсальную архитектуру обратимых процессоров для всех решаемых на них задач?



# А что же плохо?

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми Неприятности продолжаются О языках алгебраического программирования

На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

Могут групповые вычисления быть полны в смысле Тьюринга, как обычные языки программирования?

Никогда

Можно ли иметь универсальную архитектуру обратимых процессоров для всех решаемых на них задач?

Нельзя



# Аналогия с аналоговыми

Три барьера

Начинаются  
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с  
аналоговыми

Неприятности  
продолжаются

О языках  
алгебраического  
программирова-  
ния

На будущее:  
можно ли  
увильнуть от  
алгебр?

Завершение  
постановки  
задачи

Проблема с  
обращением

Назад к  
обычному про-  
граммированию

Действия — не  
функции

Предупреждение  
Некоторые  
выводы

На что похожи  
обучавшиеся по  
стандартной  
методу?

Структура алгебраического процессора должна перестраиваться под задачу. Опять аналогия с аналоговыми машинами.



# Аналогия с аналоговыми

Три барьера

Начинаются  
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с  
аналоговыми

Неприятности  
продолжаются

О языках  
алгебраического  
программирова-  
ния

На будущее:  
можно ли  
увильнуть от  
алгебр?

Завершение  
постановки  
задачи

Проблема с  
обращением

Назад к  
обычному про-  
граммированию

Действия — не  
функции

Предупреждение  
Некоторые  
выводы

На что похожи  
обучавшиеся по  
стандартной  
методу?

Структура алгебраического процессора должна перестраиваться под задачу. Опять аналогия с аналоговыми машинами.

Таким образом, в большинстве случаев алгебраический процессор должен быть специализированным устройством, работающим под управлением традиционного



# Аналогия с аналоговыми

Три барьера

Начинаются  
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с  
аналоговыми

Неприятности  
продолжаются

О языках  
алгебраического  
программирова-  
ния

На будущее:  
можно ли  
увильнуть от  
алгебр?

Завершение  
постановки  
задачи

Проблема с  
обращением

Назад к  
обычному про-  
граммированию

Действия — не  
функции

Предупреждение  
Некоторые  
выводы

На что похожи  
обучавшиеся по  
стандартной  
методу?

Структура алгебраического процессора должна перестраиваться под задачу. Опять аналогия с аналоговыми машинами.

Таким образом, **в большинстве случаев алгебраический процессор должен быть специализированным устройством, работающим под управлением традиционного**

Будьте спокойны: избавиться от чисел и битов не удастся.



# Аналогия с аналоговыми

Три барьера

Начинаются  
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с  
аналоговыми

Неприятности  
продолжаются

О языках  
алгебраического  
программирова-  
ния

На будущее:  
можно ли  
увильнуть от  
алгебр?

Завершение  
постановки  
задачи

Проблема с  
обращением

Назад к  
обычному про-  
граммированию

Действия — не  
функции

Предупреждение  
Некоторые  
выводы

На что похожи  
обучавшиеся по  
стандартной  
методу?

На что мы

Структура алгебраического процессора должна перестраиваться под задачу. Опять аналогия с аналоговыми машинами.

Таким образом, **в большинстве случаев алгебраический процессор должен быть специализированным устройством, работающим под управлением традиционного**

Будьте спокойны: избавиться от чисел и битов не удастся.

Но подвинуться их можно заставить



# Неприятности продолжаются

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?  
Аналогия с аналоговыми

Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение  
Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

Можно использовать в алгебраическом программировании багаж накопленных численных алгоритмов?



# Неприятности продолжаются

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?  
Аналогия с аналоговыми

Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение  
Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

Можно использовать в алгебраическом программировании багаж накопленных численных алгоритмов?

Почти ничего из него



# Неприятности продолжаются

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?  
Аналогия с аналоговыми

Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение  
Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

Можно использовать в алгебраическом программировании багаж накопленных численных алгоритмов?

Почти ничего из него

И это хорошо, поскольку гарантирует от идиотских постановок задач типа

‘распараллелить существенно последовательную программу’



# О языках алгебраического программирования

Похож ли язык для алгебраического программирования на обычные?

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение  
Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы



# О языках алгебраического программирования

Похож ли язык для алгебраического программирования на обычные?  
Совершенно другой

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?  
Аналогия с аналоговыми  
Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

На будущее:  
можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение  
Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы



# О языках алгебраического программирования

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

На будущее:

можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение

Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

Похож ли язык для алгебраического программирования на обычные?

Совершенно другой

Можно ли переучить на алгебраическое тех, кто учился обычному?



# О языках алгебраического программирования

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?  
Аналогия с аналоговыми  
Неприятности продолжают

О языках алгебраического программирования

На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение  
Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

Похож ли язык для алгебраического программирования на обычные?

Совершенно другой

Можно ли переучить на алгебраическое тех, кто учился обычному?

Ну, некоторые редкие личности способны понять совершенно новое...



# На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение  
Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

Вычисления с низким энерговыделением обратимы



# На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми Неприятности продолжаются  
О языках алгебраического программирования

На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение  
Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

Вычисления с низким энерговыделением обратимы

Вычисления на молекулярном уровне обратимы



# На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми

Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение  
Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

Вычисления с низким энерговыделением обратимы

Вычисления на молекулярном уровне обратимы

Вычисления на уровне нанокристаллов обратимы



# На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми

Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение  
Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

Вычисления с низким энерговыделением обратимы

Вычисления на молекулярном уровне обратимы

Вычисления на уровне нанокристаллов обратимы

Вычисления на сверхпроводниках обратимы



# На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми

Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение  
Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

Вычисления с низким энерговыделением обратимы

Вычисления на молекулярном уровне обратимы

Вычисления на уровне нанокристаллов обратимы

Вычисления на сверхпроводниках обратимы

«Квантовые вычисления» обратимы



# На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми

Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение  
Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

Вычисления с низким энерговыделением обратимы

Вычисления на молекулярном уровне обратимы

Вычисления на уровне нанокристаллов обратимы

Вычисления на сверхпроводниках обратимы

«Квантовые вычисления» обратимы

Куда ни кинь . . .



# Завершение постановки задачи

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

Подходят ли группы для описания действий обратимых программ и процессоров?



# Завершение постановки задачи

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми неприятности продолжаются  
О языках алгебраического программирования

На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение  
Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

Подходят ли группы для описания действий обратимых программ и процессоров?

Недостаточны



# Завершение постановки задачи

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми неприятности продолжаются  
О языках алгебраического программирования

На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение  
Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

Подходят ли группы для описания действий обратимых программ и процессоров?

Недостаточны

В соответствии с принципом баллистических вычислений Беннета, команды тоже должны обрабатываться обратимо. Есть естественная для обратимых процессоров и программ команда: взять обратный элемент или выполнить обратное действие (поменять вход и выход кристаллического элемента).



# Проблема с обращением

Три барьера

Начинаются  
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с  
аналоговыми  
Неприятности  
продолжаются  
О языках  
алгебраического  
программирова-  
ния

На будущее:  
можно ли  
увильнуть от  
алгебр?

Завершение  
постановки  
задачи

Проблема с  
обращением

Назад к  
обычному про-  
граммированию

Действия — не  
функции

Предупреждение  
Некоторые  
выводы

На что похожи  
обучавшиеся по  
стандартной  
методу?

Обращение может быть элементом группы лишь в случае, когда всегда  $a^{-1} = a$  (двоичная память из невзаимодействующих битов)



# Проблема с обращением

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми

Неприятности продолжают

О языках

алгебраического программирования

На будущее:

можно ли

увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к

обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение

Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы

Обращение может быть элементом группы лишь в случае, когда всегда  $a^{-1} = a$  (двоичная память из невзаимодействующих битов)

Проваливается ассоциативность. Если  $M$  — элемент, осуществляющий обращение, то

$$a \circ (b \circ M) \neq (a \circ b) \circ M.$$



# Назад к обычному программированию

На самом деле эта проблема возникает для обычных программ, но игнорируется в информатике

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми

Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

На будущее:

можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение

Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы



# Назад к обычному программированию

На самом деле эта проблема возникает для обычных программ, но игнорируется в информатике  
Рассмотрим команду UNDO.

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми

Неприятности продолжают

О языках алгебраического программирования

На будущее:

можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение

Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы



# Назад к обычному программированию

На самом деле эта проблема возникает для обычных программ, но игнорируется в информатике

Рассмотрим команду UNDO.

Тогда  $a; b; \text{UNDO}$  не то же, что  $\{a; b\}; \text{UNDO}$

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми

Неприятности продолжают

О языках алгебраического программирования

На будущее:

можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение

Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы



# Назад к обычному программированию

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми

Неприятности продолжаются

О языках

алгебраического программирования

На будущее: можно ли

увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение

Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы

На самом деле эта проблема возникает для обычных программ, но игнорируется в информатике

Рассмотрим команду UNDO.

Тогда  $a; b; UNDO$  не то же, что  $\{a; b\}; UNDO$

Так что нужен новый тип алгебр: алгебры программ



# Действия — не функции

Три барьера

Начинаются  
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с  
аналоговыми  
Неприятности  
продолжаются  
О языках  
алгебраического  
программирова-  
ния

На будущее:  
можно ли  
увильнуть от  
алгебр?

Завершение  
постановки  
задачи

Проблема с  
обращением

Назад к  
обычному про-  
граммированию

Действия — не  
функции

Предупреждение  
Некоторые  
выводы

На что похожи  
обучавшиеся по  
стандартной  
методу?

В теории эффект операторов программ представляется как функция. Мы показали, что действия не могут так представляться. Они не образуют даже полугруппу, потому что неассоциативны



# Действия — не функции

Три барьера

Начинаются  
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с  
аналоговыми  
Неприятности  
продолжаются  
О языках  
алгебраического  
программирова-  
ния

На будущее:  
можно ли  
увильнуть от  
алгебр?

Завершение  
постановки  
задачи

Проблема с  
обращением

Назад к  
обычному про-  
граммированию

Действия — не  
функции

Предупреждение  
Некоторые  
выводы

На что похожи  
обучавшиеся по  
стандартной  
методу?

На что мы

В теории эффект операторов программ представляется как функция. Мы показали, что действия не могут так представляться. Они не образуют даже полугруппу, потому что неассоциативны

Где подобный эффект наблюдался раньше?



# Действия — не функции

Три барьера

Начинаются  
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с  
аналоговыми  
Неприятности  
продолжаются  
О языках  
алгебраического  
программирова-  
ния

На будущее:  
можно ли  
увильнуть от  
алгебр?

Завершение  
постановки  
задачи

Проблема с  
обращением

Назад к  
обычному про-  
граммированию

Действия — не  
функции

Предупреждение  
Некоторые  
выводы

На что похожи  
обучавшиеся по  
стандартной  
методу?

На что мы

В теории эффект операторов программ представляется как функция. Мы показали, что действия не могут так представляться. Они не образуют даже полугруппу, потому что неассоциативны

Где подобный эффект наблюдался раньше?  
В функциональном программировании и комбинаторной логике



# Действия — не функции

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми неприятности продолжаются  
О языках алгебраического программирования

На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение  
Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

В теории эффект операторов программ представляется как функция. Мы показали, что действия не могут так представляться. Они не образуют даже полугруппу, потому что неассоциативны

Где подобный эффект наблюдался раньше?  
В функциональном программировании и комбинаторной логике

А мы показали, что он возникает даже в простейших языках скриптов



# Действия — не функции

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми Неприятности продолжаются О языках алгебраического программирования

На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы

В теории эффект операторов программ представляется как функция. Мы показали, что действия не могут так представляться. Они не образуют даже полугруппу, потому что неассоциативны

Где подобный эффект наблюдался раньше? В функциональном программировании и комбинаторной логике

А мы показали, что он возникает даже в простейших языках скриптов

Но тем не менее в программе всегда есть структура *полугруппы*.



# Предупреждение

Даже обратимые действия не обязательно дают обратимую программу

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

**Предупреждение**

Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

На что мы



# Предупреждение

Три барьера

Начинаются  
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с  
аналоговыми

Неприятности  
продолжаются

О языках  
алгебраического  
программирова-  
ния

На будущее:  
можно ли  
увильнуть от  
алгебр?

Завершение  
постановки  
задачи

Проблема с  
обращением

Назад к  
обычному про-  
граммированию

Действия — не  
функции

**Предупреждение**

Некоторые  
выводы

На что похожи  
обучавшиеся по  
стандартной  
методу?

Даже обратимые действия не обязательно дают обратимую программу

Пример: сборка кубика Рубика



# Предупреждение

Три барьера

Начинаются  
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с  
аналоговыми

Неприятности  
продолжаются

О языках  
алгебраического  
программирова-  
ния

На будущее:

можно ли  
увильнуть от  
алгебр?

Завершение  
постановки  
задачи

Проблема с  
обращением

Назад к  
обычному про-  
граммированию

Действия — не  
функции

**Предупреждение**

Некоторые  
выводы

На что похожи  
обучавшиеся по  
стандартной  
методу?

На что мы

Даже обратимые действия не обязательно дают обратимую программу

Пример: сборка кубика Рубика

Каждое действие обратимо, но информация об исходном состоянии безвозвратно теряется



# Некоторые выводы

Три барьера

Начинаются  
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с  
аналоговыми

Неприятности  
продолжаются

О языках  
алгебраического  
программирова-  
ния

На будущее:  
можно ли  
увильнуть от  
алгебр?

Завершение  
постановки  
задачи

Проблема с  
обращением

Назад к  
обычному про-  
граммированию

Действия — не  
функции

Предупреждение

**Некоторые  
выводы**

На что похожи  
обучавшиеся по  
стандартной  
методу?

Алгебраическое программирование и  
моделирование пробивает одновременно две  
стенки



# Некоторые выводы

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми

Неприятности продолжают

О языках алгебраического программирования

На будущее:

можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение

**Некоторые выводы**

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

Алгебраическое программирование и моделирование пробивает одновременно две стенки  
Деться от него некуда



# Некоторые выводы

Три барьера

Начинаются  
неприятности

А что же плохо?

Аналогия с  
аналоговыми

Неприятности  
продолжаются

О языках  
алгебраического  
программирова-  
ния

На будущее:  
можно ли  
увильнуть от  
алгебр?

Завершение  
постановки  
задачи

Проблема с  
обращением

Назад к  
обычному про-  
граммированию

Действия — не  
функции

Предупреждение

Некоторые  
выводы

На что похожи  
обучавшиеся по  
стандартной  
методу?

На что мы

Алгебраическое программирование и  
моделирование пробивает одновременно две  
стенки

Деться от него некуда

Люди, которые изучали языки

программирования, переучиться на него не  
могут



# Некоторые выводы

Три барьера

Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми

Неприятности продолжают

О языках

алгебраического программирования

На будущее: можно ли

увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение

Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

Алгебраическое программирование и моделирование пробивает одновременно две стенки

Деться от него некуда

Люди, которые изучали языки

программирования, переучиться на него не могут

Люди, которые овладевали системой знаний по информатике или математике — овладеть им иногда могут



# На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

## Три барьера

### Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение  
Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?





# На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?

## Три барьера

### Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение  
Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?



В принципе не могут выжить вне их горячего источника



# На что мы рискнули

## Три барьера

### Начинаются неприятности

А что же плохо?

Аналогия с аналоговыми Неприятности продолжаются

О языках алгебраического программирования

На будущее: можно ли увильнуть от алгебр?

Завершение постановки задачи

Проблема с обращением

Назад к обычному программированию

Действия — не функции

Предупреждение  
Некоторые выводы

На что похожи обучавшиеся по стандартной методе?





Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

General algebraic  
program structure  
(GAPS))

Пополнение  
программы до  
GAPS

Представление  
 $\lambda$ -исчисления в  
GAPS

Brainfuck-like  
GAPS

Algebra of fully  
invertible  
programs (AFIP))

Преимущества  
(полу)групповой  
семантики

Пример  
преобразования  
динамической  
системы в  
алгебру

Продолжаем  
описание

Продолжаем  
описание

А если система  
диссипативна?

Подгруппа

# Ужасающий формализм



# General algebraic program structure (GAPS))

Бигруппоид с ассоциативной операцией *circ* (последовательное исполнение) и неассоциативной  $\star$  (применение действия).

$$((x \star f) \star g) = (x \star (f \circ g)) \quad (1)$$

$$(0 \star x) = (x \star 0) = 0 \quad (2)$$

$$(x \star e) = x \quad (3)$$

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа



# Пополнение программы до GAPS

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа

**Теорема** Пусть система действий  $A$  описывается теорией  $\text{Th}_0$ , и  $\mathbb{G}A$  — диаграмма полугруппы  $\mathbb{G}$ , и есть гомоморфизм  $\mathbb{G} \rightarrow A$ , тогда  $\mathbb{G}$  можно пополнить действиями  $A$  тогда и только тогда, когда теория  $\text{Th}_0 \cup \mathbb{G}A$  непротиворечива.



# Пополнение программы до GAPS

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа

**Теорема** Пусть система действий  $A$  описывается теорией  $\text{Th}_0$ , и  $\mathbb{G}A$  — диаграмма полугруппы  $\mathbb{G}$ , и есть гомоморфизм  $\mathbb{G} \rightarrow A$ , тогда  $\mathbb{G}$  можно пополнить действиями  $A$  тогда и только тогда, когда теория  $\text{Th}_0 \cup \mathbb{G}A$  непротиворечива.

Так что не разрушайте свойства программ, добавляя новые действия.



# Представление $\lambda$ -исчисления в GAPS

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа

$$(x \star (y \star \mathbf{K})) = y;$$

$$(x \star (y \star (z \star \mathbf{S}))) = ((x \star y) \star (x \star z)).$$

$$(f \star ((g \star (h \star \mathbf{B}))) = (f \star (g \star h))$$

$$(f \star ((g \star (h \star \mathbf{B})) \star \mathbf{B})) = ((f \star (g \star \mathbf{B})) \star (h \star \mathbf{B}))$$



# Представление $\lambda$ -исчисления в GAPS

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа

$$(x \star (y \star \mathbf{K})) = y;$$

$$(x \star (y \star (z \star \mathbf{S}))) = ((x \star y) \star (x \star z)).$$

$$(f \star ((g \star (h \star \mathbf{B}))) = (f \star (g \star h))$$

$$(f \star ((g \star (h \star \mathbf{B})) \star \mathbf{B})) = ((f \star (g \star \mathbf{B})) \star (h \star \mathbf{B}))$$

Поскольку полные по Тьюрингу языки (как традиционные, так и объектные и функциональные) описываются через  $\lambda$ -исчисление, они могут быть описаны как GAPS



# Brainfuck-like GAPS

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

General algebraic  
program structure  
(GAPS))

Пополнение  
программы до  
GAPS

Представление  
 $\lambda$ -исчисления в  
GAPS

**Brainfuck-like  
GAPS**

Algebra of fully  
invertible  
programs (AFIP))

Преимущества  
(полу)групповой  
семантики

Пример  
преобразования  
динамической  
системы в  
алгебру

Продолжаем  
описание

Продолжаем  
описание

А если система  
диссипативна?

Поддержка

Пусть все строки в алфавите  $A$  программы и их  
соединение — композиция программ (как в  
языке Brainfuck)



# Brainfuck-like GAPS

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

General algebraic  
program structure  
(GAPS))

Пополнение  
программы до  
GAPS

Представление  
 $\lambda$ -исчисления в  
GAPS

**Brainfuck-like  
GAPS**

Algebra of fully  
invertible  
programs (AFIP))

Преимущества  
(полу)групповой  
семантики

Пример  
преобразования  
динамической  
системы в  
алгебру

Продолжаем  
описание

Продолжаем  
описание

А если система  
диссипативна?

Подгруппа

Пусть все строки в алфавите  $A$  программы и их  
соединение — композиция программ (как в  
языке Brainfuck)  $e$  пустая программа = пустая  
строка



# Brainfuck-like GAPS

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

General algebraic  
program structure  
(GAPS))

Пополнение  
программы до  
GAPS

Представление  
 $\lambda$ -исчисления в  
GAPS

**Brainfuck-like  
GAPS**

Algebra of fully  
invertible  
programs (AFIP))

Преимущества  
(полу)групповой  
семантики

Пример  
преобразования  
динамической  
системы в  
алгебру

Продолжаем  
описание

Продолжаем  
описание

А если система  
диссипативна?

Подгруппа

Пусть все строки в алфавите  $A$  программы и их  
соединение — композиция программ (как в  
языке Brainfuck)  $\epsilon$  пустая программа = пустая  
строка

$0$  не входит в  $A$  и интерпретируется как ошибка



# Brainfuck-like GAPS

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

General algebraic  
program structure  
(GAPS))

Пополнение  
программы до  
GAPS

Представление  
 $\lambda$ -исчисления в  
GAPS

Brainfuck-like  
GAPS

Algebra of fully  
invertible  
programs (AFIP))

Преимущества  
(полу)групповой  
семантики

Пример  
преобразования  
динамической  
системы в  
алгебру

Продолжаем  
описание

Продолжаем  
описание

А если система  
диссипативна?

Подгруппа

Пусть все строки в алфавите  $A$  программы и их соединение — композиция программ (как в языке Brainfuck)  $\epsilon$  пустая программа = пустая строка

$0$  не входит в  $A$  и интерпретируется как ошибка

Тогда действие  $s$  на  $t$  — просто результат применения программы  $s$  к данным  $t$ .



# Brainfuck-like GAPS

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

General algebraic  
program structure  
(GAPS))

Пополнение  
программы до  
GAPS

Представление  
 $\lambda$ -исчисления в  
GAPS

Brainfuck-like  
GAPS

Algebra of fully  
invertible  
programs (AFIP))

Преимущества  
(полу)групповой  
семантики

Пример  
преобразования  
динамической  
системы в  
алгебру

Продолжаем  
описание

Продолжаем  
описание

А если система  
диссипативна?

Подгруппа

Пусть все строки в алфавите  $A$  программы и их соединение — композиция программ (как в языке Brainfuck)  $\epsilon$  пустая программа = пустая строка

$0$  не входит в  $A$  и интерпретируется как ошибка

Тогда действие  $s$  на  $t$  — просто результат применения программы  $s$  к данным  $t$ .

Так что алгебры описывают и языки очень низкого уровня тоже.



# Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Добавляем обращение:

$$x \circ (x \star M) = e \quad (x \star M) \circ x = e \quad (4)$$

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

**Algebra of fully invertible programs (AFIP))**

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа



# Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Добавляем обращение:

$$x \circ (x \star M) = e \quad (x \star M) \circ x = e \quad (4)$$

Тогда  $\circ$  задает группу, а  $M$  вычисляет обратный элемент.

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

**Algebra of fully invertible programs (AFIP))**

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа



# Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа

Добавляем обращение:

$$x \circ (x \star M) = e \quad (x \star M) \circ x = e \quad (4)$$

Тогда  $\circ$  задает группу, а  $M$  вычисляет обратный элемент.

Для «железячников»



# Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа

Добавляем обращение:

$$x \circ (x \star M) = e \quad (x \star M) \circ x = e \quad (4)$$

Тогда  $\circ$  задает группу, а  $M$  вычисляет обратный элемент.

Для «железячников»

Группа представляет кристаллики,  $\star$  — их соединения.



# Преимущества (полу)групповой семантики

Композиция  $a \circ b$  может пониматься тремя способами:

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

**Преимущества (полу)групповой семантики**

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа



# Преимущества (полу)групповой семантики

Композиция  $a \circ b$  может пониматься тремя способами:

1. выполняется действие  $a$ , а затем  $b$ ;

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа



# Преимущества (полу)групповой семантики

Композиция  $a \circ b$  может пониматься тремя способами:

1. выполняется действие  $a$ , а затем  $b$ ;
2. применяем функцию  $b$  к  $a$ ;

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа



# Преимущества (полу)групповой семантики

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа

Композиция  $a \circ b$  может пониматься тремя способами:

1. выполняется действие  $a$ , а затем  $b$ ;
2. применяем функцию  $b$  к  $a$ ;
3. строим композицию функций  $a$  и  $b$ .



# Преимущества (полу)групповой семантики

Композиция  $a \circ b$  может пониматься тремя способами:

1. выполняется действие  $a$ , а затем  $b$ ;
2. применяем функцию  $b$  к  $a$ ;
3. строим композицию функций  $a$  и  $b$ .

Все эти интерпретации можно смешивать как угодно. Это главная особенность полугрупп как пространства элементов и действий.

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа



# Пример преобразования динамической системы в алгебру

Динамическую систему без диссипации  $\Sigma$  можно рассматривать как функционал, перерабатывающий элемент фазового пространства (начальное значение) в функцию, дающую положение системы в любой заданный момент времени.

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа



# Пример преобразования динамической системы в алгебру

Динамическую систему без диссипации  $\Sigma$  можно рассматривать как функционал, перерабатывающий элемент фазового пространства (начальное значение) в функцию, дающую положение системы в любой заданный момент времени.

Уравнения  $\Sigma$  обратимы согласно законам динамики. Она порождает группу сдвигов, элементами которой являются функции  $\lambda x. (t (x\Sigma))$  сдвига текущего положения системы на  $t$ .

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгружаем



# Продолжаем описание

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

General algebraic  
program structure  
(GAPS))

Пополнение  
программы до  
GAPS

Представление  
 $\lambda$ -исчисления в  
GAPS

Brainfuck-like  
GAPS

Algebra of fully  
invertible  
programs (AFIP))

Преимущества  
(полу)групповой  
семантики

Пример  
преобразования  
динамической  
системы в  
алгебру

Продолжаем  
описание

Продолжаем  
описание

А если система  
диссипативна?

Подгруппа

Многообразие фазовых траекторий описывается методами алгебраической топологии как комплекс, у которого есть группы гомологий (группы  $n$ -мерных циклов из клеток многообразия).



# Продолжаем описание

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа

Многообразие фазовых траекторий описывается методами алгебраической топологии как комплекс, у которого есть группы гомологий (группы  $n$ -мерных циклов из клеток многообразия).

Фазовое пространство любой системы относительно некоторой совокупности преобразований координат (все равно, линейных или нет) образует группу преобразований.



# Продолжаем описание

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

General algebraic  
program structure  
(GAPS))

Пополнение  
программы до  
GAPS

Представление  
 $\lambda$ -исчисления в  
GAPS

Brainfuck-like  
GAPS

Algebra of fully  
invertible  
programs (AFIP))

Преимущества  
(полу)групповой  
семантики

Пример  
преобразования  
динамической  
системы в  
алгебру

Продолжаем  
описание

**Продолжаем  
описание**

А если система  
диссипативна?

Подгруппа

Если некоторое многообразие обладает симметриями, то они составляют группу.



# Продолжаем описание

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

General algebraic  
program structure  
(GAPS))

Пополнение  
программы до  
GAPS

Представление  
 $\lambda$ -исчисления в  
GAPS

Brainfuck-like  
GAPS

Algebra of fully  
invertible  
programs (AFIP))

Преимущества  
(полу)групповой  
семантики

Пример  
преобразования  
динамической  
системы в  
алгебру

Продолжаем  
описание

**Продолжаем  
описание**

А если система  
диссипативна?

Подгруппа

Если некоторое многообразие обладает симметриями, то они составляют группу. Все эти группы могут использоваться для определения того, в каком качественном состоянии находится система, именно поэтому исследование качественных свойств сложных систем сводится к исследованию порождаемых ими комплексов групп.



# А если система диссипативна?

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Система, в которой ускорение трения задается формулой

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \mathbf{if} \left| \frac{dx}{dt} \right| > 0 \mathbf{then} -a \frac{dx/dt}{|dx/dt|} \mathbf{else} 0 \mathbf{fi}$$

$a > 0$  — постоянная, дает группу гомотопий пространства  $(t, x, dx/dt)$  как конуса над  $x$ .



# А если система диссипативна?

Система, в которой ускорение трения задается формулой

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \mathbf{if} \left| \frac{dx}{dt} \right| > 0 \mathbf{then} -a \frac{dx/dt}{|dx/dt|} \mathbf{else} 0 \mathbf{fi}$$

$a > 0$  — постоянная, дает группу гомотопий пространства  $(t, x, dx/dt)$  как конуса над  $x$ .  
Еще проще описать полугруппой, получаемой отождествлением всех точек фазового пространства, в которых система останавливается более чем за  $k$  секунд, от  $k$  до  $k - 1$  и так далее до 0.

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа



# Полугруппа

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Произведение  $n \circ t$  — перейти к состояниям, получающимся через  $t$  секунд. Нильпотентная полугруппа с элементами  $\{k, k - 1, \dots, 1, 0\}$  и правилом умножения

$$n \circ t = \text{if } n > t \text{ then } n - t \text{ else } 0 \text{ fi}$$



# Полугруппа

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Произведение  $n \circ t$  — перейти к состояниям, получающимся через  $t$  секунд. Нильпотентная полугруппа с элементами  $\{k, k - 1, \dots, 1, 0\}$  и правилом умножения

$$n \circ t = \text{if } n > t \text{ then } n - t \text{ else } 0 \text{ fi}$$

Если нас интересуют также области, в которых заканчивается процесс, то полугруппу легко модифицировать и на этот случай с помощью конструкции подпрямого произведения.



# Когда группа становится алгеброй

Пусть группа  $\mathbb{G}$  не является группой порядка 2. Пусть  $G_0$  — ее подгруппа, и не являющаяся группой порядка 2 (хотя она может содержать элементы порядка 2). Пусть  $X^\spadesuit$  замыкание множества  $X$  относительно групповых операций и многозначной частично-определенной операции извлечения корней нечетной степени из неединичных элементов внутри группы  $\mathbb{G}$ . Существует алгебра AFIP  $\mathbb{G}_0$  такая, что для всех  $f \in G_0$   $(x \star f) = (x \circ f)$  тогда и только тогда, когда есть элемент порядка 2, не входящий в  $\mathbb{G}_0^\spadesuit$ , и не являющийся квадратом никакого элемента группы.

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа



# Примеры

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа

Группа  $\mathbb{Z}_4$  не может быть пополнена до AFIP, поскольку из единственного элемента второго порядка 2 извлекается корень:  $2 = 1 \circ 1$ . По аналогичным причинам непополнимы  $\mathbb{R}^+$  и  $\mathbb{R}^\times$ .



# Примеры

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа

Группа  $\mathbb{Z}_4$  не может быть пополнена до AFIP, поскольку из единственного элемента второго порядка 2 извлекается корень:  $2 = 1 \circ 1$ . По аналогичным причинам непополнимы  $\mathbb{R}^+$  и  $\mathbb{R}^\times$ .  
 А  $\mathbb{Z}_6$  может быть пополнена:

$$\lambda x. (x \star 3) = \lambda x. (x \star 1) = \lambda x. (x \star 5) = \lambda x. x^{-1},$$

$$\lambda x. (x \star 0) = \lambda x. (x \star 2) = \lambda x. (x \star 4) = \lambda x. x.$$



# Примеры

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа

Группа  $\mathbb{Z}_4$  не может быть пополнена до AFIP, поскольку из единственного элемента второго порядка 2 извлекается корень:  $2 = 1 \circ 1$ . По аналогичным причинам неполными  $\mathbb{R}^+$  и  $\mathbb{R}^\times$ .  
А  $\mathbb{Z}_6$  может быть пополнена:

$$\lambda x. (x \star 3) = \lambda x. (x \star 1) = \lambda x. (x \star 5) = \lambda x. x^{-1},$$
$$\lambda x. (x \star 0) = \lambda x. (x \star 2) = \lambda x. (x \star 4) = \lambda x. x.$$

Могут быть пополнены все группы  $\mathbb{Z}_{4n+2}$  и только они.



# Алгебра полуобратимых программ

Рассмотрим полугруппу с правыми обратными

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа



# Алгебра полуобратимых программ

Рассмотрим полугруппу с правыми обратными

$$(0 \star x) = (x \star 0) = 0 \quad (5)$$

$$f \neq 0 \supset (f \star M) = f^{-1} \quad (6)$$

$$\forall x, f ((x \star f) \neq 0 \supset (x \star (f \circ f^{-1})) = x \circ f \circ f^{-1}) \quad (7)$$

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа



# Алгебра полуобратимых программ

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа

Рассмотрим полугруппу с правыми обратными

$$(0 \star x) = (x \star 0) = 0 \quad (5)$$

$$f \neq 0 \supset (f \star M) = f^{-1} \quad (6)$$

$$\forall x, f ((x \star f) \neq 0 \supset (x \star (f \circ f^{-1})) = x \circ f \circ f^{-1}) \quad (7)$$

Тогда все действия у нас полуобратимы (инъективны)



# Алгебра полуобратимых программ

Рассмотрим полугруппу с правыми обратными

$$(0 \star x) = (x \star 0) = 0 \quad (5)$$

$$f \neq 0 \supset (f \star M) = f^{-1} \quad (6)$$

$$\forall x, f((x \star f) \neq 0 \supset (x \star (f \circ f^{-1})) = x \circ f \circ f^{-1}) \quad (7)$$

Тогда все действия у нас полуобратимы (инъективны)

В такой алгебре 0 представляет ошибку, а делители нуля — программы, которые по отдельности работают, а в сборке — нет

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа



# Алгебра завершающихся программ (ANP)

Пусть  $\mathbb{G}$  строго нильпотентная полугруппа, т. е. такая, что для любой последовательности  $a_i$  существует  $n$ , при котором

$$\prod_{i=1}^n a_i = 0.$$

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа



# Алгебра завершающихся программ (ANP)

Пусть  $\mathbb{G}$  строго нильпотентная полугруппа, т. е. такая, что для любой последовательности  $a_i$  существует  $n$ , при котором

$$\prod_{i=1}^n a_i = 0.$$

Тогда все последовательности действий также ведут к 0 и любой процесс заканчивается за конечное число шагов

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа



# Были ли алгебры программ раньше?

Начиная с 60-х годов. Маурер и Глушков. Эти два направления развиваются и до сих пор.

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа



# Были ли алгебры программ раньше?

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

General algebraic program structure (GAPS))

Пополнение программы до GAPS

Представление  $\lambda$ -исчисления в GAPS

Brainfuck-like GAPS

Algebra of fully invertible programs (AFIP))

Преимущества (полу)групповой семантики

Пример преобразования динамической системы в алгебру

Продолжаем описание

Продолжаем описание

А если система диссипативна?

Подгруппа

Начиная с 60-х годов. Маурер и Глушков. Эти два направления развиваются и до сих пор. Но все алгебры в качестве примитивов рассматривали алгебраические образы операторов языка программирования (как минимум, условного и цикла). У нас ортогональная система: программы классифицируем по свойствам, а не по операторам.



Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

**Наброски языка  
программирова-  
ния**

Sketch: Botik  
language 1

Sketch: Botik  
language 2

Sketch: Botik  
language 3

Sketch: Botik  
language 3a

Sketch: Botik  
language 4

Sketch: Botik  
language 5

Sketch: Botik  
language 6

Sketch: Botik  
language 7

Sketch: Botik  
language 8

Sketch: Botik  
language 8

Классы  
сегментов  
программ

Пример

# Наброски языка программирования



# Sketch: Botik language 1

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

Наброски языка программирования

Sketch: Botik language 1

Sketch: Botik language 2

Sketch: Botik language 3

Sketch: Botik language 3a

Sketch: Botik language 4

Sketch: Botik language 5

Sketch: Botik language 6

Sketch: Botik language 7

Sketch: Botik language 8

Sketch: Botik language 8

Классы сегментов программ

Пример

Программа состоит из заголовка, секций определений, ввода, тела программы и секции вывода. Заголовок:

```
PROGRAM <Program_name> Секция вывода  
OUTPUT
```

```
write <variable list>
```

```
END OUTPUT
```



# Sketch: Botik language 2

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

Наброски языка программирования

Sketch: Botik language 1

Sketch: Botik language 2

Sketch: Botik language 3

Sketch: Botik language 3a

Sketch: Botik language 4

Sketch: Botik language 5

Sketch: Botik language 6

Sketch: Botik language 7

Sketch: Botik language 8

Sketch: Botik language 8

Классы сегментов программ

Пример

Секция определений начинается DEFINITIONS, заканчивается END DEFINITIONS. Здесь задаются все имена и все явно заданные подгруппы. Определение подгруппы имеет одну из двух форм

GROUP STANDARD # Группа лишь одна и задана внешним образом

# Все атомы кроме булевых из нее

Несколько групп:

GROUP g1,g2: EXTERNAL, ck: [0..k], tn:  
TRANSPOSITION[n]

Допустимые типы данных: циклические группы, группы перестановок, прямые произведения двоичных групп.



# Sketch: Botik language 3

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

Наброски языка  
программирова-  
ния

Sketch: Botik  
language 1

Sketch: Botik  
language 2

Sketch: Botik  
language 3

Sketch: Botik  
language 3a

Sketch: Botik  
language 4

Sketch: Botik  
language 5

Sketch: Botik  
language 6

Sketch: Botik  
language 7

Sketch: Botik  
language 8

Sketch: Botik  
language 8

Классы  
сегментов  
программ

Пример

Центральной алгебраической конструкцией для программ является полупрямое произведение.

$D \rtimes P$  определяется через гомоморфизм  $\varphi : P \rightarrow \text{Aut } D$  следующим образом:

$$\langle d_1, p_1 \rangle \circ \langle d_2, p_2 \rangle = \langle d_1 \circ (d_2 (p_2 \varphi)), p_1 \circ p_2 \rangle$$



# Sketch: Botik language 3a

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

Наброски языка  
программирова-  
ния

Sketch: Botik  
language 1

Sketch: Botik  
language 2

Sketch: Botik  
language 3

Sketch: Botik  
language 3a

Sketch: Botik  
language 4

Sketch: Botik  
language 5

Sketch: Botik  
language 6

Sketch: Botik  
language 7

Sketch: Botik  
language 8

Sketch: Botik  
language 8

Классы  
сегментов  
программ

Пример

Полупрямое произведение алгебр обычно задается неявно через список переменных одного и того же типа  $(a,b,c)$ . Для вычисления новых значений переменных можно использовать другие из того же списка, но лишь однажды на каждом шаге. Вот пример:

```
var c=(a,b);
```

```
...
```

```
{c;(b,E);(E,-a)}
```



# Sketch: Botik language 4

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

Наброски языка  
программирова-  
ния

Sketch: Botik  
language 1

Sketch: Botik  
language 2

Sketch: Botik  
language 3

Sketch: Botik  
language 3a

Sketch: Botik  
language 4

Sketch: Botik  
language 5

Sketch: Botik  
language 6

Sketch: Botik  
language 7

Sketch: Botik  
language 8

Sketch: Botik  
language 8

Классы  
сегментов  
программ

Пример

Атомы — переменные, простые атомы и константы. Переменные могут изменяться. Начальные значения переменных и просых атомов задаются в секции ввода. Константы задаются в секции определений.  $E$  — константа любого типа.

One cyclic variables can be declared as guarded. When it becomes 0, program is ended.



# Sketch: Botik language 5

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

Наброски языка  
программирова-  
ния

Sketch: Botik  
language 1

Sketch: Botik  
language 2

Sketch: Botik  
language 3

Sketch: Botik  
language 3a

Sketch: Botik  
language 4

Sketch: Botik  
language 5

Sketch: Botik  
language 6

Sketch: Botik  
language 7

Sketch: Botik  
language 8

Sketch: Botik  
language 8

Классы  
сегментов  
программ

Пример

У массива индекс из циклической группы

`[pn] array [i] fib1, fib2`

Здесь `[pn]` тип элементов массива, число элементов определяется типом `i`. Таким образом, с массивом ассоциируется индексная переменная.

Предикаты могут быть лишь одноместные и лишь над циклической группой:

**predicate** `[ck] pr`

Функция:

**function** `f1={if p1 then -a2; a3; a1  
else a4; -a1 fi; a1}`



# Sketch: Botik language 6

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

Наброски языка  
программирова-  
ния

Sketch: Botik  
language 1

Sketch: Botik  
language 2

Sketch: Botik  
language 3

Sketch: Botik  
language 3a

Sketch: Botik  
language 4

Sketch: Botik  
language 5

Sketch: Botik  
language 6

Sketch: Botik  
language 7

Sketch: Botik  
language 8

Sketch: Botik  
language 8

Классы  
сегментов  
программ

Пример

Секция ввода  
INPUT

...

END INPUT

Здесь задаются значения предикатов и переменных, посредством ввода с внешнего процессора `<list_of_names>` либо прямо. Только в этой части можно многократно копировать значение.



# Sketch: Botik language 7

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

Наброски языка  
программирова-  
ния

Sketch: Botik  
language 1

Sketch: Botik  
language 2

Sketch: Botik  
language 3

Sketch: Botik  
language 3a

Sketch: Botik  
language 4

Sketch: Botik  
language 5

Sketch: Botik  
language 6

Sketch: Botik  
language 7

Sketch: Botik  
language 8

Sketch: Botik  
language 8

Классы  
сегментов  
программ

Пример

Тело программы — совокупность сегментов.  
Сегменты разделяются ; либо , . Занятая  
означает, что сегменты независимы.

Слабый сегмент

$$\left\{ v \left\langle \begin{array}{c} \text{possible sequence of operators} \\ \text{of the same type,} \\ \text{divided by semicolons} \end{array} \right\rangle \right\}$$

Segment can be preceded by – (inversion).



# Sketch: Botik language 8

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

Наброски языка  
программирова-  
ния

Sketch: Botik  
language 1

Sketch: Botik  
language 2

Sketch: Botik  
language 3

Sketch: Botik  
language 3a

Sketch: Botik  
language 4

Sketch: Botik  
language 5

Sketch: Botik  
language 6

Sketch: Botik  
language 7

Sketch: Botik  
language 8

Sketch: Botik  
language 8

Классы  
сегментов  
программ

Пример

Сегмент — слабый сегмент без —. Его первый элемент переменная. Эта переменная — базис сегмента. Все остальные элементы рассматриваются как операторы, изменяющие базис. После сегмента может быть операция —, обращающая его действие.



# Sketch: Botik language 8

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

Наброски языка  
программирова-  
ния

Sketch: Botik  
language 1

Sketch: Botik  
language 2

Sketch: Botik  
language 3

Sketch: Botik  
language 3a

Sketch: Botik  
language 4

Sketch: Botik  
language 5

Sketch: Botik  
language 6

Sketch: Botik  
language 7

Sketch: Botik  
language 8

Sketch: Botik  
language 8

Классы  
сегментов  
программ

Пример

## Типы сегментов

**to N do t od**

## Циклический

**if P then t else r fi**

Условный ( $P$  булев,  $t$ ,  $r$  слабые сегменты одного и того же типа).



# Классы сегментов программ

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

Наброски языка  
программирова-  
ния

Sketch: Botik  
language 1

Sketch: Botik  
language 2

Sketch: Botik  
language 3

Sketch: Botik  
language 3a

Sketch: Botik  
language 4

Sketch: Botik  
language 5

Sketch: Botik  
language 6

Sketch: Botik  
language 7

Sketch: Botik  
language 8

Sketch: Botik  
language 8

Без циклов и условий: чистый.

Без циклов: условный;

Без условных операторов: циклический;

Без условных операторов внутри циклов и  
циклов внутри условных операторов:

безопасный;

Иначе: опасный.



# Пример программы 1а

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

Наброски языка  
программирова-  
ния

Sketch: Botik  
language 1

Sketch: Botik  
language 2

Sketch: Botik  
language 3

Sketch: Botik  
language 3a

Sketch: Botik  
language 4

Sketch: Botik  
language 5

Sketch: Botik  
language 6

Sketch: Botik  
language 7

Sketch: Botik  
language 8

Sketch: Botik  
language 8

Классы  
сегментов  
программ

Пример

```
PROGRAM Action_directe
DEFINITIONS # All names used in a program
               are specified here
group standard
atom var c
atom a1, a2, a3, a4, a5, a6, a7
predicate p1, p2
function f={a1; if p1
|>then -a2; a3; a1
           else a4; -a1 fi}
function g={a1; to 51 do -a1 od}
function h={a1; a3; -a1}
END DEFINITIONS
```



# Пример программы 1b

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

Наброски языка  
программирова-  
ния

Sketch: Botik  
language 1

Sketch: Botik  
language 2

Sketch: Botik  
language 3

Sketch: Botik  
language 3a

Sketch: Botik  
language 4

Sketch: Botik  
language 5

Sketch: Botik  
language 6

Sketch: Botik  
language 7

Sketch: Botik  
language 8

Sketch: Botik  
language 8

Классы  
сегментов  
программ

Пример

INPUT

```
# initial values of all atoms and  
# predicates are given here;  
# usually they are computed  
# by external program  
# and transferred into
```

```
read c, a1, a2, a3, a4, a5, a6, a7
```

```
p1= $\neg$ (a4,a6)
```

```
# if the domain of a predicate  
# or the value of an atom  
# is fixed for all executions  
# it can be defined inside
```

```
...
```

END INPUT



# Пример программы 1с

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

Наброски языка  
программирова-  
ния

Sketch: Botik  
language 1

Sketch: Botik  
language 2

Sketch: Botik  
language 3

Sketch: Botik  
language 3a

Sketch: Botik  
language 4

Sketch: Botik  
language 5

Sketch: Botik  
language 6

Sketch: Botik  
language 7

Sketch: Botik  
language 8

Sketch: Botik  
language 8

Классы  
сегментов  
программ

Пример

```
{c;  
- {to 14 do  
    -g; h; a7;  
    od; a2};  
# we take an inverse  
# of the whole program block  
if p2 then -f; h else f fi  
f; -g; -a4; h;}-  
# Direct action leads  
# to opposite  
# results than desired :)  
OUTPUT # a substructure transferred  
# to external processor  
# is defined here  
write c  
END OUTPUT
```



# Проблема условных операторов

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

Наброски языка  
программирова-  
ния

Sketch: Botik  
language 1

Sketch: Botik  
language 2

Sketch: Botik  
language 3

Sketch: Botik  
language 3a

Sketch: Botik  
language 4

Sketch: Botik  
language 5

Sketch: Botik  
language 6

Sketch: Botik  
language 7

Sketch: Botik  
language 8

Sketch: Botik  
language 8

Классы  
сегментов  
программ

Пример

**if**  $P$  **then**  $t$  **else**  $r$  **fi** Пусть  $G$  группа команд,  $H$  группа данных для альтернатив. Тогда для вычисления условного оператора нужна группа  $\mathbb{Z}_2 \times G \times G \times H$  с операцией



# Проблема условных операторов

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

Наброски языка программирования

Sketch: Botik language 1

Sketch: Botik language 2

Sketch: Botik language 3

Sketch: Botik language 3a

Sketch: Botik language 4

Sketch: Botik language 5

Sketch: Botik language 6

Sketch: Botik language 7

Sketch: Botik language 8

Sketch: Botik language 8

Классы сегментов программ

Пример

**if P then t else r fi** Пусть  $G$  группа команд,  $H$  группа данных для альтернатив. Тогда для вычисления условного оператора нужна группа  $\mathbb{Z}_2 \times G \times G \times H$  с операцией

$$\begin{aligned}
\langle z, a_1, b_1, c_1 \rangle \circ \langle 0, a_2, b_2, c_2 \rangle &= \\
\langle z, a_1 \circ a_2, b_1 \circ b_2, c_1 \circ c_2 \rangle & \\
\langle z, a_1, b_1, c_1 \rangle \circ \langle 1, a_2, b_2, c_2 \rangle &= \\
\langle z \oplus 1, a_1 \circ b_2, b_1 \circ a_2, c_1 \circ c_2 \rangle &
\end{aligned} \tag{8}$$



# Проблема условных операторов

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

Наброски языка программирования

Sketch: Botik language 1

Sketch: Botik language 2

Sketch: Botik language 3

Sketch: Botik language 3a

Sketch: Botik language 4

Sketch: Botik language 5

Sketch: Botik language 6

Sketch: Botik language 7

Sketch: Botik language 8

Sketch: Botik language 8

Классы сегментов программ

Пример

**if**  $P$  **then**  $t$  **else**  $r$  **fi** Пусть  $G$  группа команд,  $H$  группа данных для альтернатив. Тогда для вычисления условного оператора нужна группа  $\mathbb{Z}_2 \times G \times G \times H$  с операцией

$$\begin{aligned} \langle z, a_1, b_1, c_1 \rangle \circ \langle 0, a_2, b_2, c_2 \rangle &= \\ \langle z, a_1 \circ a_2, b_1 \circ b_2, c_1 \circ c_2 \rangle & \\ \langle z, a_1, b_1, c_1 \rangle \circ \langle 1, a_2, b_2, c_2 \rangle &= \\ \langle z \oplus 1, a_1 \circ b_2, b_1 \circ a_2, c_1 \circ c_2 \rangle & \end{aligned} \quad (8)$$

Это может быть описано как полупрямое произведение групп  $(G \times G) \rtimes (\mathbb{Z}_2 \times H)$ .



# Проблема условных операторов

Три барьера

Начинаются неприятности

Ужасающий формализм

Наброски языка программирования

Sketch: Botik language 1

Sketch: Botik language 2

Sketch: Botik language 3

Sketch: Botik language 3a

Sketch: Botik language 4

Sketch: Botik language 5

Sketch: Botik language 6

Sketch: Botik language 7

Sketch: Botik language 8

Sketch: Botik language 8

Классы сегментов программ

Пример

**if**  $P$  **then**  $t$  **else**  $r$  **fi** Пусть  $G$  группа команд,  $H$  группа данных для альтернатив. Тогда для вычисления условного оператора нужна группа  $\mathbb{Z}_2 \times G \times G \times H$  с операцией

$$\begin{aligned} \langle z, a_1, b_1, c_1 \rangle \circ \langle 0, a_2, b_2, c_2 \rangle &= \\ \langle z, a_1 \circ a_2, b_1 \circ b_2, c_1 \circ c_2 \rangle & \\ \langle z, a_1, b_1, c_1 \rangle \circ \langle 1, a_2, b_2, c_2 \rangle &= \\ \langle z \oplus 1, a_1 \circ b_2, b_1 \circ a_2, c_1 \circ c_2 \rangle & \end{aligned} \quad (8)$$

Это может быть описано как полупрямое произведение групп  $(G \times G) \rtimes (\mathbb{Z}_2 \times H)$ . Прямая реализация условных операторов удваивает память при каждом исполнении.



# Некоторые оценки

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

Наброски языка  
программирова-  
ния

Sketch: Botik  
language 1

Sketch: Botik  
language 2

Sketch: Botik  
language 3

Sketch: Botik  
language 3a

Sketch: Botik  
language 4

Sketch: Botik  
language 5

Sketch: Botik  
language 6

Sketch: Botik  
language 7

Sketch: Botik  
language 8

Sketch: Botik  
language 8

Классы  
сегментов  
программ

Пример

*Они применяются на этапе трансляции!*



# Некоторые оценки

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

Наброски языка  
программирова-  
ния

Sketch: Botik  
language 1

Sketch: Botik  
language 2

Sketch: Botik  
language 3

Sketch: Botik  
language 3a

Sketch: Botik  
language 4

Sketch: Botik  
language 5

Sketch: Botik  
language 6

Sketch: Botik  
language 7

Sketch: Botik  
language 8

Sketch: Botik  
language 8

Классы  
сегментов  
программ

Пример

*Они применяются на этапе трансляции!*

1. Чистые программы не меняют группу;



# Некоторые оценки

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

Наброски языка  
программирова-  
ния

Sketch: Botik  
language 1

Sketch: Botik  
language 2

Sketch: Botik  
language 3

Sketch: Botik  
language 3a

Sketch: Botik  
language 4

Sketch: Botik  
language 5

Sketch: Botik  
language 6

Sketch: Botik  
language 7

Sketch: Botik  
language 8

Sketch: Botik  
language 8

Классы  
сегментов  
программ

Пример

*Они применяются на этапе трансляции!*

1. Чистые программы не меняют группу;
2. Каждый записанный цикл добавляет аддитивную константу к размеру группы;



# Некоторые оценки

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

Наброски языка  
программирова-  
ния

Sketch: Botik  
language 1

Sketch: Botik  
language 2

Sketch: Botik  
language 3

Sketch: Botik  
language 3a

Sketch: Botik  
language 4

Sketch: Botik  
language 5

Sketch: Botik  
language 6

Sketch: Botik  
language 7

Sketch: Botik  
language 8

Sketch: Botik  
language 8

Классы  
сегментов  
программ

Пример

*Они применяются на этапе трансляции!*

1. Чистые программы не меняют группу;
2. Каждый записанный цикл добавляет аддитивную константу к размеру группы;
3. Каждый выполненный условный оператор без оптимизации удваивает размер группы.



# Некоторые оценки

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

Наброски языка  
программирова-  
ния

Sketch: Botik  
language 1

Sketch: Botik  
language 2

Sketch: Botik  
language 3

Sketch: Botik  
language 3a

Sketch: Botik  
language 4

Sketch: Botik  
language 5

Sketch: Botik  
language 6

Sketch: Botik  
language 7

Sketch: Botik  
language 8

Sketch: Botik  
language 8

Классы  
сегментов  
программ

Пример

*Они применяются на этапе трансляции!*

1. Чистые программы не меняют группу;
2. Каждый записанный цикл добавляет аддитивную константу к размеру группы;
3. Каждый выполненный условный оператор без оптимизации удваивает размер группы.



# Пример

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

Наброски языка  
программирова-  
ния

Sketch: Botik  
language 1

Sketch: Botik  
language 2

Sketch: Botik  
language 3

Sketch: Botik  
language 3a

Sketch: Botik  
language 4

Sketch: Botik  
language 5

Sketch: Botik  
language 6

Sketch: Botik  
language 7

Sketch: Botik  
language 8

Sketch: Botik  
language 8

Классы  
сегментов  
программ

Пример

Пусть нужно применить одно и то же действие много-много раз. Это соответствует вычислению в группе  $a \circ b^\omega$ . Представим  $\omega$  в системе счисления по числам Фибоначчи. Такое вычисление легко делается обычным компьютером. Пусть число битов в представлении  $k$ . Тогда передаем в программу два предиката :  $(i \text{ fib\_odd})$ ,  $(i \text{ fib\_even})$ . Первый из них 1, когда  $i$  нечетно и соответствующая цифра равна 1.  $(i \text{ fib\_even})$  то же самое для четных.



# Программа для вычисления большого цикла

Три барьера

---

Начинаются  
неприятности

---

Ужасающий  
формализм

---

Наброски языка  
программирова-  
ния

---

Sketch: Botik  
language 1

Sketch: Botik  
language 2

Sketch: Botik  
language 3

Sketch: Botik  
language 3a

Sketch: Botik  
language 4

Sketch: Botik  
language 5

Sketch: Botik  
language 6

Sketch: Botik  
language 7

Sketch: Botik  
language 8

Sketch: Botik  
language 8

Классы  
сегментов  
программ

Пример

```
PROGRAM Fibonacci_power
DEFINITIONS
int atom n
GROUP tn: TRANSPOSITION[n]
tp atom var a,b,d
tp atom e
(tp,tp) var c is (a,b)
constant e=E
int atom k
int atom var i [0..k] guarded
boolean atom l; predicate [i] fib__odd, fib__even
END DEFINITIONS
```



# Программа для вычисления большого цикла

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

Наброски языка  
программирова-  
ния

Sketch: Botik  
language 1

Sketch: Botik  
language 2

Sketch: Botik  
language 3

Sketch: Botik  
language 3a

Sketch: Botik  
language 4

Sketch: Botik  
language 5

Sketch: Botik  
language 6

Sketch: Botik  
language 7

Sketch: Botik  
language 8

Sketch: Botik  
language 8

Классы  
сегментов  
программ

Пример

```
INPUT read a, k
b ← a
i ← 1
l ← TRUE
d ← E
read fib_odd, fib_even
END INPUT
```



# Программа для вычисления большого цикла

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

Наброски языка  
программирова-  
ния

Sketch: Botik  
language 1

Sketch: Botik  
language 2

Sketch: Botik  
language 3

Sketch: Botik  
language 3a

Sketch: Botik  
language 4

Sketch: Botik  
language 5

Sketch: Botik  
language 6

Sketch: Botik  
language 7

Sketch: Botik  
language 8

Sketch: Botik  
language 8

Классы  
сегментов  
программ

Пример

```
to k do
  {c; if l then (e,a) else (b,e) fi};
  {d; if (i fib_odd) then
    a else if (i fib_odd) then b else e
  fi fi};
{i;1},
{l; true}
od
OUTPUT
write d
END OUTPUT
```



# Large loop program

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

Наброски языка  
программирова-  
ния

Sketch: Botik  
language 1

Sketch: Botik  
language 2

Sketch: Botik  
language 3

Sketch: Botik  
language 3a

Sketch: Botik  
language 4

Sketch: Botik  
language 5

Sketch: Botik  
language 6

Sketch: Botik  
language 7

Sketch: Botik  
language 8

Sketch: Botik  
language 8

Классы  
сегментов  
программ

Пример

Наша программа выглядела безнадежной, но, преобразовав алгебраические структуры, получили нормальную по затратам ресурсов программу ♡ ☺





# Публикации

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

Наброски языка  
программирова-  
ния

Sketch: Botik  
language 1

Sketch: Botik  
language 2

Sketch: Botik  
language 3

Sketch: Botik  
language 3a

Sketch: Botik  
language 4

Sketch: Botik  
language 5

Sketch: Botik  
language 6

Sketch: Botik  
language 7

Sketch: Botik  
language 8

Sketch: Botik  
language 8

Классы  
сегментов  
программ

Пример

Непейвода Н.Н.: Уроки конструктивизма.  
Geidelberg: Lambert Academic Publishing, 98 pp.  
(2011)

Непейвода Н.Н.: Реверсивные конструктивные  
логики. Логические исследования, 15, 150–168  
(2009)

Непейвода А. Н.: О сюръективной импликации в  
реверсивной логике. VI Смирновские чтения по  
логике (2009)

Непейвода А. Н. Элементы реверсивных  
вычислений Управление большими системами  
труды VI всероссийской школы-семинара  
молодых ученых, Ижевск (2009)



# Публикации

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

Наброски языка  
программирова-  
ния

Sketch: Botik  
language 1

Sketch: Botik  
language 2

Sketch: Botik  
language 3

Sketch: Botik  
language 3a

Sketch: Botik  
language 4

Sketch: Botik  
language 5

Sketch: Botik  
language 6

Sketch: Botik  
language 7

Sketch: Botik  
language 8

Sketch: Botik  
language 8

Классы  
сегментов  
программ

Пример

Непейвода А. Н.: О реверсивной альтернативе традиционным вычислениям. Трехмерная визуализация научной, технической и

социальной реальности. Технологии

высокополигонального моделирования : труды

Второй междунар. конф., Ижевск (2010).

Непейвода А. Н.: Функциональное

программирование над группой. Системный

анализ и семиотическое моделирование: труды

первой всероссийской конференции, 2011,

Казань (2011)



# Публикации

Три барьера

Начинаются  
неприятности

Ужасающий  
формализм

Наброски языка  
программирова-  
ния

Sketch: Botik  
language 1

Sketch: Botik  
language 2

Sketch: Botik  
language 3

Sketch: Botik  
language 3a

Sketch: Botik  
language 4

Sketch: Botik  
language 5

Sketch: Botik  
language 6

Sketch: Botik  
language 7

Sketch: Botik  
language 8

Sketch: Botik  
language 8

Классы  
сегментов  
программ

Пример

Нерејвода N. N. Reversivity, reversibility and retractability. Third Int. Workshop on Metacomputation. Pereslavl, 2012, pp 203–227.

Непейвода Н. Н. От численного моделирования к алгебраическому РАСО'2012 т. 1 М.: 2012 стр. 93–103.

Непейвода А Н. Реверсивные вычисления: обзор мирового опыта РАСО'2012 т. 2 М.: 2012 ISBN стр. 129–142.

Непейвода Н. Н. Абстрактные алгебры различных классов программ. Аппликативные Вычислительные Системы 3-я международная конференция АВС 2012 Москва, С. 103–128.